TRAITÉ

DE

CINÉMATIQUE

THÉORIQUE ET PRATIQUE

OU

THÉORIE DES MÉCANISMES

PAR

Ch. LABOULAYE

TROISIÈME ÉDITION REVUE ET COMPLÉTÉE

PARIS

LIBRAIRIE DU DICTIONNAIRE DES ARTS ET MANUFACTURES

60, RUE MADAME, 60

1878

les précédents, fondé sur les mêmes principes. Sa roulette mue sur le plan à mesurer, pivote autour d'un point fixe. (Voy. *Dictionnaire des Arts et Manufactures*, PLANIMÈTRE.)

MACHINES A CALCULER.

401. Les compteurs dont nous avons déjà parlé (art. 197), dans lesquels chaque roue ayant dix dents fait tourner d'une dent une roue semblable consacrée aux unités d'un ordre supérieur, fournissent évidemment un point de départ excellent pour construire les machines à calculer, traduisant en nombres le rapport des chemins parcourus, comme la possibilité en a été montrée par le génie de Pascal, le premier qui ait su poser ce curieux problème.

Les machines à calculer qui ne sont que de véritables compteurs, n'effectuent en réalité que l'addition par l'inscription successive des deux nombres dont la machine indique par suite la somme. La soustraction est en réalité la même opération, c'est une addition obtenue en faisant marcher dans le sens rétrograde les rouages servant à inscrire le nombre à soustraire.

La multiplication par les additions d'un même nombre et la division par des soustractions répétées du dividende peuvent bien, en principe, être effectuées par ce genre de machines, mais leur emploi n'est devenu vraiment possible et avantageux que par l'invention du système de roues partiellement dentées, constituant un véritable organe de multiplication, dû à M. Thomas, qu'il importe de bien apprécier.

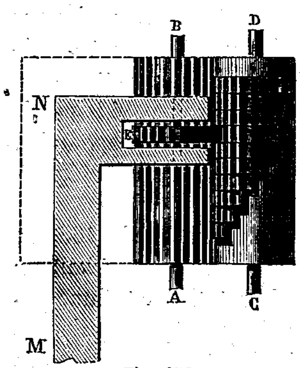

Fig. 358.

Il consiste en un cylindre cannelé, portant 9 arêtes saillantes, 9 dents d'engrenages (fig. 358). Ces arêtes ont, dans le sens des génératrices, des longueurs proportionnelles aux nombres 9, 8, 7, 6, 5, 3, 2, 1. La première occupe toute la longueur du cylindre, et la dernière n'en est que la neuvième partie. Un arbre à section rectangulaire, parallèle au cylindre cannelé, porte un pignon de dix dents engrenant avec celui-ci, et mobile le long de cet arbre, de manière à faire tourner par chaque tour 1, 2,... 9 dents, suivant sa position.

Ceci compris, donnons la description de l'arithmomètre (figure 359).

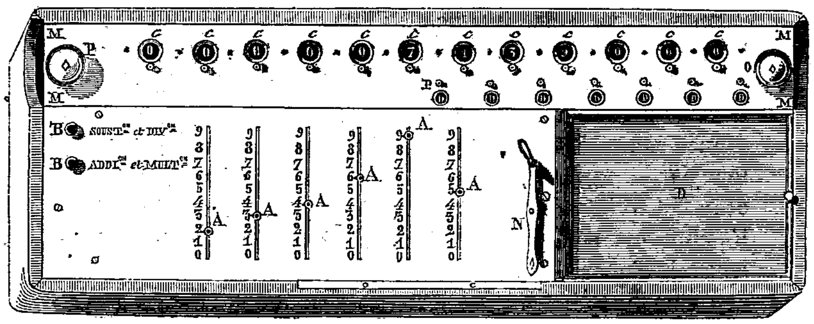

Fig. 359.

La boîte contenant le cylindre, l'arbre parallèle et le *pignon mobile*, est fermée par une table horizontale en cuivre dans laquelle on a pratiqué, exactement au-dessus de l'arbre, une *coulisse* A parallèle au cylindre. Sur le bord de cette coulisse, qui a même longueur que le cylindre, on a tracé dix divisions à égales distances et marquées des nombres 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Un *index*, qui glisse dans la coulisse et qui est liée au pignon mobile, le fait marcher le long de l'arbre. Supposons, par exemple, que l'on pousse l'index sur le numéro 3 de la coulisse, le pignon qui le suit arrive vis-à-vis le commencement de l'arête saillante 3 du cylindre. Si le cylindre fait un tour entier, trois dents du pignon seront poussées par les trois arêtes saillantes 1, 2, 3, les seules qui puissent alors atteindre ce pignon, puisque les autres arêtes ne commencent qu'au-dessus du n° 3 de la coulisse.

L'arbre qui sert d'axe au pignon mobile porte à son extrémité, prolongée dans une autre boîte, un pignon fixe vertical à dix dents, qui engrène par sa partie supérieure dans une *couronne* ou roue d'angle horizontale à dix dents. L'axe vertical de cette couronne est aussi l'axe d'un *cadran horizontal* sur le contour duquel on a marqué, dans dix cases, les chiffres 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. La couronne, le cadran qui est par-dessus, et leur axe commun, sont maintenus par un pont au-dessous d'une *tablette* en cuivre qui est de niveau avec la table des coulisses. Dans cette tablette, il y a une petite ouverture circulaire ou *fenêtre du cadran* par laquelle on voit passer, à partir de zéro, les chiffres 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, quand le cadran fait un tour entier.

Maintenant, concevons que l'index soit placé sur le n° 3 de la coulisse et que le cylindre fasse un tour entier; les trois arêtes 1, 2, 3 du cylindre poussent trois dents du pignon mobile. Le pignon fixe, qui a même arbre que le pignon mobile, avance également de trois dents. La couronne, entraînée à son tour par le pignon fixe, marche aussi de trois dents, et le cadran fait trois pas. On voit arriver à la petite fenêtre du cadran les chiffres 1 et 2, puis le chiffre 3, qui remplace le zéro qui s'y trouvait d'abord.

A côté du cylindre que nous venons de décrire avec tous ses accessoires, et qui correspond aux unités, on a placé parallèlement à gauche des cylindres semblables pour les dizaines, les centaines, etc. La tablette porte, indépendamment des cadrans correspondants, à chaque cylindre, d'autres cadrans sur la gauche en nombre au moins égal, afin de pouvoir exécuter les opérations qui conduisent à un grand nombre de chiffres.

Le moteur de la machine est une manivelle M que l'on tourne toujours de gauche a droite, et qui, au moyen d'un arbre de couche, fait tourner à la fois tous les cylindres cannelés de droite à gauche. Ceux-ci, par leurs arêtes saillantes, poussent les pignons mobiles, et les font toujours tourner de gauche à droite.

Pour transporter dans les fenêtres des cadrans un nombre donné 75, on pousse l'index du premier cylindre de droite ou des unités sur le numéro 5 de la coulisse; on fait de même monter l'index des dizaines sur le numéro 7. Le nombre 75 est alors écrit sur les coulisses avec deux index, et un tour de manivelle le transporte dans les fenêtres des deux premiers cadrans de droite.

Addition. — On écrit un nombre avec les index; on fait un tour de manivelle, et il est transporté dans les fenêtres où se trouvaient d'abord des zéros. On transporte de même un deuxième nombre, qui s'ajoute au premier, puis un troisième et ainsi de suite. La somme de tous ces nombres est alors écrite dans les fenêtres des cadrans.

au-dessous d'une *tablette* en cuivre qui est de niveau avec la table des coulisses. Dans cette tablette, il y a une petite ouverture circulaire ou *fenêtre du cadran* par laquelle on voit passer, à partir de zéro, les chiffres 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, quand le cadran fait un tour entier.

Maintenant, concevons que l'index soit placé sur le n° 3 de la coulisse et que le cylindre fasse un tour entier; les trois arêtes 1, 2, 3 du cylindre poussent trois dents du pignon mobile. Le pignon fixe, qui a même arbre que le pignon mobile, avance également de trois dents. La couronne, entraînée à son tour par le pignon fixe, marche aussi de trois dents, et le cadran fait trois pas. On voit arriver à la petite fenêtre du cadran les chiffres 1 et 2, puis le chiffre 3, qui remplace le zéro qui s'y trouvait d'abord.

A côté du cylindre que nous venons de décrire avec tous ses accessoires, et qui correspond aux unités, on a placé parallèlement à gauche des cylindres semblables pour les dizaines, les centaines, etc. La tablette porte, indépendamment des cadrans correspondants, à chaque cylindre, d'autres cadrans sur la gauche en nombre au moins égal, afin de pouvoir exécuter les opérations qui conduisent à un grand nombre de chiffres.

Le moteur de la machine est une manivelle M que l'on tourne toujours de gauche a droite, et qui, au moyen d'un arbre de couche, fait tourner à la fois tous les cylindres cannelés de droite à gauche. Ceux-ci, par leurs arêtes saillantes, poussent les pignons mobiles, et les font toujours tourner de gauche à droite.

Pour transporter dans les fenêtres des cadrans un nombre donné 75, on pousse l'index du premier cylindre de droite ou des unités sur le numéro 5 de la coulisse; on fait de même monter l'index des dizaines sur le numéro 7. Le nombre 75 est alors écrit sur les coulisses avec deux index, et un tour de manivelle le transporte dans les fenêtres des deux premiers cadrans de droite.

Addition. — On écrit un nombre avec les index; on fait un tour de manivelle, et il est transporté dans les fenêtres où se trouvaient d'abord des zéros. On transporte de même un deuxième nombre, qui s'ajoute au premier, puis un troisième et ainsi de suite. La somme de tous ces nombres est alors écrite dans les fenêtres des cadrans.

Quand la somme de deux chiffres qui s'ajoutent sur un même cadran surpasse 9, les unités se trouvent dans la fenêtre de ce cadran, et la dizaine ou la *retenue* passe sur le cadran de gauche. Voici comment s'opère ce passage : quand le zéro qui suit 9 arrive à la petite fenêtre, une *came* en acier, placée sous le disque du cadran vis-à-vis zéro, presse et fait tourner le bras d'un levier coudé; une cheville ou *doigt*, qui tourne de droite à gauche, s'engage dans les dents du pignon fixe des dizaines, le fait avancer d'un pas, et l'on voit le chiffre 1 à la fenêtre du cadran des dizaines. Pendant que les chiffres de 1 à 9 traversent la fenêtre du cadran des unités, qui tourne de droite à gauche, le support du doigt se déplace progressivement au moyen d'un plan incliné circulaire. Le bras du levier tourne en même temps en sens contraire, revient à sa première position, où il est de nouveau pressé par la came, lorsque le zéro reparaît dans la petite fenêtre. Un ressort presse l'autre bout du levier coudé, qui ne peut, en conséquence, tourner que par l'action de la came ou par le jeu du plan incliné.

Soustraction. — Quand le grand nombre est transporté dans les fenêtres des cadrans et le petit nombre écrit avec les index, la soustraction s'opère par un tour de manivelle. Mais alors les cadrans, au lieu de tourner de droite à gauche dans l'ordre croissant 1, 2, 3, etc., comme pour l'addition, doivent tourner de gauche à droite dans l'ordre inverse des chiffres. Ce changement s'obtient au moyen d'un second pignon fixe sur chaque arbre. Ce second pignon vertical atteint la couronne horizontale dans un point diamétralement opposé au point où engrène le pignon pour l'addition. La couronne, poussée en sens contraire, fait tourner le cadran dans l'ordre inverse des chiffres. A l'aide d'un bouton indicateur amené sur les mots addition et multiplication, ou sur les mots soustraction et division, on est sûr de faire embrayer dans la couronne horizontale, d'un côté, le pignon pour l'addition, et de l'autre le pignon opposé pour la soustraction, en tournant toujours la manivelle de gauche à droite.

Multiplication. — On écrit le multiplicande avec les index. Par un nombre de tours égal aux unités du multiplicateur, le multiplicande s'ajoute à lui-même autant de fois qu'il y a d'unités dans le multiplicateur, et le produit partiel se trouve dans les chiffres apparents des cadrans. Alors on fait glisser à la main, vers la droite, la tablette des cadrans, de manière que le cadran des dizaines prenne la place des unités, corresponde à celui des unités. Avec autant de tours de manivelle qu'il y a de dizaines dans le multiplicateur, le second produit, qui se compose de dizaines, se forme et s'ajoute au premier produit partiel, mais en commençant par les dizaines. Pour chaque autre chiffre du multiplicateur, on continue d'avancer les cadrans d'un rang vers la droite, puis de tourner la manivelle pour former et ajouter les produits partiels correspondants. Le produit total, composé de la somme des produits partiels, pour tous les chiffres du multiplicateur, se trouve enfin dans les fenêtres des cadrans.

Division. — On amène l'indicateur sur le mot division pour faire embrayer dans la couronne le pignon vertical, qui pousse chaque cadran, dans l'ordre inverse des chiffres, comme pour la soustraction. Après avoir écrit le dividende pour les fenêtres des cadrans et le diviseur avec les index, on voit quelle est la tranche de chiffres du dividende qu'il faut prendre sur sa gauche pour contenir le diviseur, et l'on fait glisser la tablette des cadrans de gauche à droite, de manière que le chiffre de droite de cette tranche réponde aux unités du diviseur. On tourne la manivelle jusqu'à ce que la tranche soit réduite, dans les fenêtres, à un nombre plus petit que le diviseur; le nombre de tours est précisément le premier chiffre de gauche du quotient. Le reste de la tranche et le chiffre suivant du dividende forment une seconde tranche; on fait rentrer d'un rang la tablette des cadrans pour que le nouveau chiffre de droite se trouve vis-à-vis des unités du diviseur. Alors le nombre de tours de la manivelle donne le second chiffre du quotient, et ainsi de suite. On continue de la même manière pour obtenir les autres chiffres du quotient. On doit écrire à part les chiffres du quotient, parce qu'il n'en reste pas de trace sur la machine. Quand la division ne se fait pas exactement, le reste se trouve dans les fenêtres des cadrans.

En résumé, l'arithmomètre effectue immédiatement l'addition et la soustraction. Quand deux nombres sont inscrits dans les fenêtres des cadrans et sur les coulisses avec les index, la somme ou la différence des nombres se trouve dans les fenêtres des cadrans après un tour de manivelle. Dans la multiplication et la division, quand on a écrit seulement le multiplicande avec les index, ou bien le dividende dans les fenêtres des cadrans et le diviseur avec les index, on doit faire autant d'opérations partielles qu'il y a de chiffres dans le multiplicateur ou le quotient; et, après chacune de ces opérations, il faut encore effectuer à la main le déplacement des cadrans. C'est par ce concours facile de l'opérateur, par le déplacement des ordres d'unités, que l'inventeur est parvenu à construire une machine très-simple, très-commode, permettant d'exécuter avec promptitude les calculs les plus ordinaires de l'arithmétique.

Nous renverrons les lecteurs désireux de connaître les détails de la construction de cette ingénieuse machine à un rapport fait par M. Benoît à la Société d'encouragement (1851). Nous ajouterons seulement à ce qui précède quelques détails sur son emploi pour exécuter mécaniquement des calculs fort compliqués.

L'arithmomètre, dit M. Hirn, est l'instrument des calculs étendus, rapides et *tout à fait rigoureux;* son exactitude et sa rapidité dans les calculs de nombres qui ont jusqu'à vingt-quatre figures au produit, au moyen de la machine qui n'admet que six figures au facteur, en font un appareil précis et incomparable dont se servira un jour l'astronome tout comme le comptable d'un bureau quelconque.

Supposons, daus ce qui va suivre, qu'on se serve d'un arithmomètre de six chiffres ou figures, et qu'on soit parfaitement au courant de l'usage de l'arithmomètre, en ce qui concerne les quatre règles : les instructions publiées à ce sujet par M. Thomas, et accompagnant toujours l'arithmomètre, sont suffisamment claires dans ce sens. Nous prendrons pour exemple une multiplication.

Multiplication de nombres formés de plus de figures que n'en porte l'arithmomètre. — Supposons de suite le cas extrême, où l'on ait à faire une multiplication de deux nombres de douze figures chacun, comme, par exemple :

$$986523469728 \times 658976528973.$$

Ces deux nombres peuvent s'écrire sous la forme

$$(986523000000 + 469728)$$
$$\times (658976000000 + 528973).$$

La multiplication peut donc se décomposer ainsi :

$$(986523 \times 658976)\,000000000000\ \text{I} + (986523 \times 528973)\,000000\ \text{II} + (658976 \times 469728)\,000000\ \text{III} + (469728 \times 528973)\ \text{IV}.$$

Et, dès ce moment, l'opération est possible sur l'arithmomètre de six chiffres. On exécute les quatre multiplications isolément, sans s'occuper des zéros. En les transcrivant sur le papier, on les superpose en ajoutant douze zéros à I, six zéros à II et III, et laissant IV tel quel; mais, en commençant par la droite, il vient ainsi :

$$\begin{array}{rl} 650094980448000000000000 & \text{I} \\ 521844030879000000 & \text{II} \\ 309539478528800000 & \text{III} \\ 248473429344 & \text{IV} \\ \hline 650095811831757880429344 & \end{array}$$

Ainsi, en définitive, sur un arithmomètre quelconque, il est possible de faire toujours rapidement une multiplication de nombres ayant le double de figures que n'en porte la machine.

Nous ne donnerons pas les autres méthodes de calcul indiquées par le savant ingénieur; nous nous contenterons de rapporter ici sa conclusion. C'est que l'emploi d'un instrument de 10 chiffres aux facteurs, qui se prêtent au calcul des logarithmes à 10 figures, deviendra un jour, pour les astronomes, par exemple, un moyen de sauver 11 heures de travail laborieux sur 12.

La *Machine à calculer de Maurel et Jayet,* dite ARITHMAUREL, est fondée sur les mêmes principes que la précédente [1].

402. *Observations sur les machines numériques.* — Si l'on réfléchit un instant comment il se fait que la machine précédente résolve le problème de la construction des machines propres à effectuer les quatre règles de l'arithmétique, on reconnaîtra facilement que cela résulte de ce que les rapports des chemins parcourus par les pièces qui se conduisent par engrènement, et par suite d'une manière certaine, sont exprimés par des fonctions de la nature de celles qu'il s'agit d'obtenir, spéciale-

1. Voir *Dictionnaire des Arts et Manufactures*. Article CALCULER.

ment la fonction *produit*. L'organe spécial décrit plus haut est équivalent à une série de pignons et de roues dentées. On comprend aisément qu'il serait impossible de représenter d'autres fonctions, d'autres séries de nombres par machines du genre de celles dont nous parlons, que celles qui expriment les relations du mouvement des pièces qui engrènent.

On peut se demander si la machine, dont nous venons de parler, épuise tous les résultats possibles en ce genre. Il le paraît à la première vue, puisqu'elle réussit, parce qu'elle peut réaliser la fonction *produit*, à laquelle peut se joindre la fonction *somme*.

Cependant, il est une fonction complexe qui n'a pas été encore utilisée, c'est la fonction *puissance*. On sait, en effet, qu'un système employant k des pignons égaux, de p ailes, montés chacun sur un même axe qu'une roue de w dents, fournit la relation entre les vitesses du premier et du dernier axe $\left(\frac{w}{p}\right)^k$. On pourrait donc construire une machine fournissant les puissances successives d'un nombre déterminé, s'il était possible de disposer un système de roues et de pignons tel que le rapport $\frac{w}{p}$ pût varier en faisant varier la composition du système de roues, ce qui conduirait à une machine très-curieuse. En un mot, il ne paraît pas complétement impossible de tirer parti de cette fonction, pour obtenir des puissances, pour construire rapidement les valeurs successives d'une équation, pour des valeurs de x, et construire ainsi, par suite, la courbe qui permettrait d'obtenir les racines de l'équation.

Toutefois, en cherchant à préciser les conditions auxquelles il faudrait satisfaire dans la construction de cette dernière machine, on reconnaît qu'il faudrait une complication très-grande pour embrasser une série de puissances un peu considérable, et, par suite, pour obtenir des avantages assez minimes, bien moindres certainement que ceux de la machine dont nous venons de parler, surtout au point de vue de l'utilité pratique.

403. *Machines graphiques.* — Les limites du problème des machines à calculer, considéré dans toute sa généralité, qui semblent fixées par la nature même des roues dentées, et la complication des mécanismes qui résultent de leur multiplicité, se

reculent considérablement, surtout quant aux déductions théoriques, quand on considère les roulettes, employées comme dans les PLANIMÈTRES, si ingénieusement combinés pour la mesure des surfaces rapportées sur un plan et que, pour ce motif, nous nommons machines graphiques. Par leur nature essentielle, puisqu'elles permettent de mesurer des aires, ce sont des machines à multiplier, à obtenir le produit xy, ou mieux l'intégrale $\int x dy$, y étant variable, que représente la surface à évaluer limitée par une courbe rapportée à des coordonnées x et y. Comparativement aux roues dentées, les roulettes représentent les rouages d'un nombre quelconque de dents, et les résultats limités par le nombre des roues dentées se trouvent appartenir à un système qui en représente un nombre indéfini, qui est, par suite, un organe nouveau permettant d'effectuer la multiplication et aussi, comme nous le verrons, l'addition immédiate des produits; d'atteindre, par cela même, au moins théoriquement, des solutions inattaquables avant l'invention de ces nouveaux mécanismes. M. Stamm a montré (Voy. livre III, *Combinaison de vitesses*) comment il fallait les combiner pour obtenir des puissances quelconques, résolvant ainsi, théoriquement, le problème de la construction de la machine à équation, bien plus étendu que celui que l'on se propose habituellement quand on parle de machines à calculer.

CHAPITRE II.

Mouvements circulaires et rectilignes.

404. Nous citerons ici une combinaison où plusieurs mouvements rectilignes sont produits par un seul mouvement circulaire.

Ce système représenté figure 360 est remarquable par sa simplicité, il est aujourd'hui fréquemment employé pour rapprocher ou écarter à volonté deux pièces mobiles l'une de l'autre.

Il se compose de deux vis disposées sur le même axe, mais