LES MONDES

REVUE HEBDOMADAIRE DES SCIENCES

ET

DE LEURS APPLICATIONS AUX ARTS ET A L'INDUSTRIE

PAR

M. L'ABBÉ MOIGNO

PREMIÈRE ANNÉE 1863. — DEUXIÈME SEMESTRE

TOME DEUXIÈME

PARIS
ÉTIENNE GIRAUD, LIBRAIRE-ÉDITEUR
20, RUE SAINT-SULPICE, 20

1864

MATHÉMATIQUES

Notice sur l'utilité de l'arithmomètre de M. Thomas, de Colmar, par M. Hirn, ingénieur. — M. Hirn a publié, dans les *Annales du génie civil*, sur l'arithmomètre de M. Thomas, de Colmar, dont nous nous sommes tant occupé autrefois, une Notice aussi intéressante que savante, et nous nous empressons de la reproduire dans ce qu'elle a d'essentiel.

Pour rendre les explications de M. Hirn plus saisissables, nous donnons plus loin la gravure de l'arithmomètre à 8 figures.

« L'arithmomètre est appelé évidemment à prendre place, non-seulement dans les bureaux commerciaux, mais encore dans ceux des administrations, des ingénieurs, et enfin surtout dans le cabinet de travail de l'homme de science. Il se trouvera un jour, avec la règle à calcul, chez toutes les personnes qui, ayant à calculer beaucoup et exactement, ne tiennent pas à perdre leur temps et à se fatiguer l'intelligence à un travail purement mécanique.

Chose étrange cependant, l'usage de l'arithmomètre se répand lentement ; les personnes qui le connaissent et qui s'en servent forment des exceptions peu nombreuses. Il y aurait exagération à dire qu'il n'ait valu ni gloire ni honneur à l'inventeur ; il n'y en a aucune à dire qu'il ne lui en a pas valu à beaucoup près ce qui est strictement mérité. Quant aux bénéfices qu'il a produits, il est, je pense, fort heureux qu'ils soient inutiles à M. Thomas.

Quelles sont les causes de cette *lenteur de diffusion* pour certaines découvertes utiles ?

La première exclamation que poussent les curieux qui voient pour la première fois la machine à calculer, c'est celle d'une admiration à laquelle les paroles font défaut. Au bout de quelque temps cependant, arrivent les réticences, la méfiance, la critique enfin.

I. C'est une machine : elle doit se déranger, s'user comme toute machine, faire de temps à autre des fautes.

II. Il faut sans doute plus d'études pour s'en servir qu'il n'en faut pour calculer à la plume.

III. Elle fait perdre l'habitude du calcul, et l'homme ne peut plus se passer d'elle en cas de nécessité.

IV. Elle rend l'esprit paresseux et incapable du travail nécessaire en mathématiques.

V. Elle ne peut faire que les quatre règles isolément, et condamne à relever les nombres pour chaque opération.

VI. Elle ne peut pas remplacer la règle à calculer, qui a d'ailleurs l'avantage d'être portative.

VII. Et enfin, après toutes ces réflexions critiques, qui varient d'un curieux à l'autre, arrive la question finale posée par tous : Que coûte l'arithmomètre?

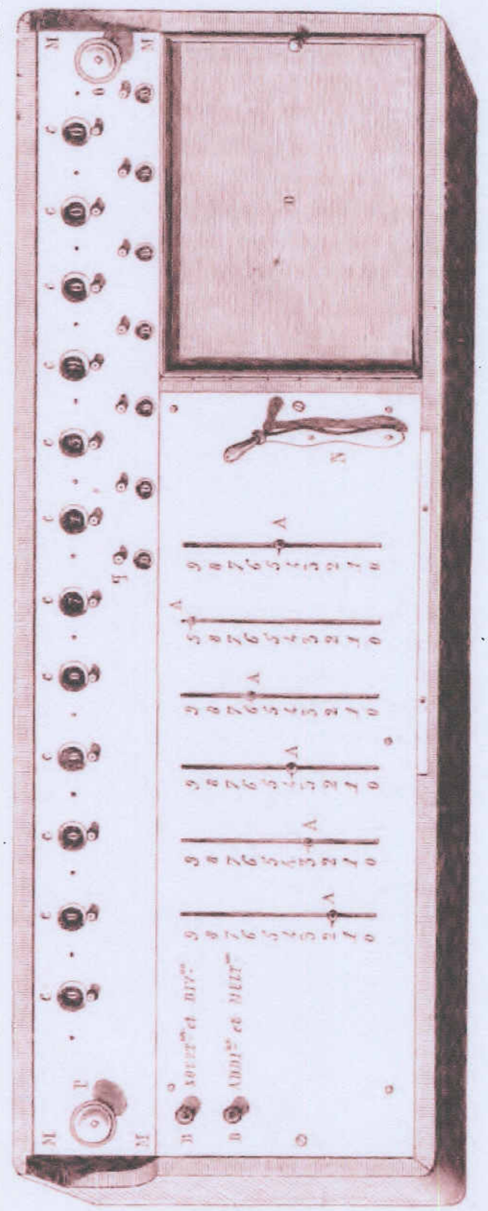
La réponse à cette dernière question, il faut bien l'avouer, effraye la plupart de ceux qui la posent, et, je dois le dire, comme réflexion philosophique bien inutile sans doute, ceux qu'elle effraye le plus *ne sont pas toujours ceux qui auraient le plus le droit de l'être*. Si, au lieu d'être exécuté à la main et un à un, l'arithmomètre était construit à l'aide de procédés mécaniques, dans un de nos grands ateliers de quincaillerie, par exemple, il pourrait être livré à la moitié du prix actuel et laisser tout autant de bénéfices.

Quoi qu'il en soit, et acceptant les choses comme elles sont, voyons quelle est la portée de ces réflexions; ne nous arrêtons d'abord qu'à celles qui ont une valeur apparente et digne d'attention.

I. L'arithmomètre est-il sujet à s'user ou à se déranger de manière à donner souvent des fautes de calcul? Sous forme absolue, on serait bien obligé de répondre affirmativement à cette question. Toute machine s'use, depuis la plus robuste jusqu'à la plus délicate, depuis la machine à vapeur jusqu'à la montre à secondes.

Il serait, pour le moment, très-difficile de dire en combien de temps un arithmomètre est hors de service; ce n'est, dans tous les cas, pas au bout de cinq ou six ans d'un emploi continu; l'expérience est faite déjà. L'étonnante simplicité de construction, dès qu'on l'a reconnue de près, bannit de l'esprit le plus prévenu toute méfiance légitime quant à la régularité des fonctions. En faisant, sous forme d'anecdote, l'historique de l'arithmomètre, dont je me sers depuis cinq ans, je convaincrai peut-être plus de personnes sous ce rapport, qu'en donnant une description approfondie de l'instrument.

Vers la fin de 1855, ayant à réduire en tableaux numériques très-étendus les résultats d'expériences de physique que je venais de terminer, et souffrant d'une fatigue très-grande de la vue, je me voyais forcé ou de suspendre mon travail ou d'en confier les calculs à quelque autre. Je me rappelai alors avoir vu à l'Exposition une machine à calculer de M. Thomas, de Colmar, dont les journaux avaient beaucoup parlé, mais que je n'avais pas vue fonctionner. Je me décidai à courir les chances d'un essai, et je demandai un arithmomètre de cinq chiffres. Lorsque je reçus l'envoi, j'ouvris avec inquiétude, je l'avoue, la caisse; je ne connaissais ni le maniement de l'arithmomètre, ni en aucune façon le principe de sa construction; je m'attendais à une machine extrêmement compliquée; je redoutais une désillusion. Mes craintes, dans le premier moment, ne me semblèrent que trop fondées. Lorsque j'essayai de faire tourner la manivelle, elle résista dans les deux sens ; je vis au bout de peu d'instants que l'instrument était positivement hors de service ; je pensais avoir été une victime de plus de la réclame. Avant de le renvoyer, la curiosité me poussa à l'ouvrir pour en voir le mécanisme ; je reconnus de suite qu'il avait été fort maltraité en chemin de fer. Les cylindres étaient jetés hors de leurs coussinets, et réduits à l'état d'immobilité forcée, les supports transversaux étaient courbés, etc. C'est en cet état de repos que je fus obligé d'étudier l'instrument et d'en chercher le mode de fonctions. Eh bien, chacun, je pense, sera frappé de la simplicité du mécanisme lorsque je dirai qu'au bout d'une heure j'avais réparé tout le mal et que je me servais déjà facilement de l'instrument. Au bout de peu de jours je pus, en toute sincérité, féliciter M. Thomas ; son admirable invention



était devenue pour moi aussi un *troisième bras* : je me sers à dessein de l'heureuse expression de mon excellent ami M. Comte (d'Albert), qui, d'après ce qu'il m'a raconté depuis, avait *osé* bien plus que moi et avait demandé bien antérieurement à M. Thomas la première ébauche d'arithmomètre qu'il achèverait.

II. L'arithmomètre est-il inférieur à la règle à calculer? La règle est la compagne inséparable de l'ingénieur, du chef d'atelier de mécanique, des professeurs de mécanique appliquée, de toutes les personnes, en un mot, qui sont obligées de calculer vite et approximativement au milieu des bruits et des distractions de tout genre. L'arithmomètre, au contraire, est l'instrument du bureau et des calculs étendus, rapides et *tout à fait rigoureux;* son exactitude et sa rapidité dans les calculs de nombres qui ont jusqu'à vingt-quatre figures au produit, pour celui qui n'admet que six figures au facteur, en font un appareil précis et incomparable dont se servira un jour l'astronome tout comme le comptable d'un bureau quelconque.

L'arithmomètre à six chiffres peut d'un trait, et sans qu'on ait à relever aucun nombre autre que le dernier, résoudre *en quatre minutes* une formule telle que celle-ci :

$$\sqrt{8795.9763.6582 \pm 9632^2.8493 \pm 5401.2283.8682 \pm 9395^3} = A.$$

III. Et maintenant est-il à craindre que l'usage de l'arithmomètre rende l'esprit paresseux, lui fasse oublier l'arithmétique, le convertisse, en un mot, en machine? Si le reproche est fondé lorsqu'on se sert machinalement de l'arithmomètre, il tombe, dès qu'on sait user de toutes les ressources qu'il présente réellement. La machine à calculer devient alors plus qu'un *nouveau bras*, elle devient en quelque sorte un *multiplicateur* ajouté au calcul mental.

Lorsqu'on emploie l'arithmomètre à des multiplications, à des divisions, à des extractions de racines carrées de nombres dont les figures ne dépassent pas ce que comporte l'instrument (5, 6, 8, 10 aux facteurs pour l'instrument de 5, 6, 8, 10 coulisses), le résultat immédiat qu'on obtient, c'est un bénéfice de temps de dix-neuf vingtièmes sur le calculateur le plus exercé. Mais à côté de cet avantage s'en place un autre qui lui est supérieur : c'est l'exactitude.

Les fautes accidentelles et bien rares qui s'y produisent sont aperçues au tour même de manivelle qui y donne lieu. En ayant égard à un avantage d'une aussi grande importance, j'ai pensé qu'il n'y a aucune raison plausible pour s'en tenir aux opérations seules qui peuvent se faire immédiatement sur l'arithmomètre, sans le secours de la plume ou du calcul mental; pensant que la vitesse serait toujours suffisante, j'ai cherché à étendre la portée de l'instrument autant qu'il le comporte. Je supposerai, dans tout ce qui va suivre, qu'on se serve d'un arithmomètre de six chiffres ou figures : mais ce que je dirai s'applique à toutes les grandeurs, et je n'indique que le petit modèle pour éviter l'emploi de nombres trop immenses. Je supposerai de plus qu'on soit parfaitement au courant de l'usage de l'arithmomètre, en ce qui concerne les quatre règles. Les instructions publiées à ce sujet par M. Thomas, et accompagnant toujours l'arithmomètre, sont suffisamment claires dans ce sens.

I. *Multiplication de nombres formés de plus de figures que n'en porte l'arithmomètre.* — Supposons de suite le cas extrême, où l'on ait à faire une multiplication de deux nombres de douze figures chacun, comme, par exemple :

$$986523469728 \times 658976528973.$$

Ces deux nombres peuvent s'écrire sous la forme

$$(986523000000 + 469728) \times (658976000000 + 528973).$$

La multiplication peut donc se décomposer ainsi

$$\begin{aligned}&(986523 \times 658976)\ 000000000000\ \text{I} + (986523 \times 528973)\ 000000\ \text{II}\\ &+ (658976 \times 469728)\ 000000\ \text{III} + (469728 \times 528973)\ \text{IV}.\end{aligned}$$

Et dès ce moment l'opération est possible sur l'arithmomètre de six chiffres. On exécute les quatre multiplications isolément sans s'occuper des zéros. En les transcrivant sur papier, on les superpose, en ajoutant douze zéros à I, six zéros à II et III, et laissant IV tel quel ; mais en commençant par la droite ; il vient ainsi :

$$\begin{array}{rl}
650094980448000000000000 & \text{I}\\
521844030879000000 & \text{II}\\
309530478528000000 & \text{III}\\
248473429344 & \text{IV}\\
\hline
650095811831757880429344 &
\end{array}$$

Dans les cas fréquents de multiplication de fractions décimales, où l'on ne veut avoir au produit que le même nombre de figures qu'aux facteurs, il est visible que l'on n'a besoin que d'écrire :

1° Les douze figures du produit I ; 2° en partant de droite, les figures qui suivent la sixième des produits I et III, sans zéros ; 3° enfin, le produit au plus des deux dernières figures de gauche dans la multiplication IV. Ainsi, dans le cas où les nombres précédents seraient

$$986{,}523469728 \times 6589{,}76518973$$
$$\text{ou } (986{,}523 + 0{,}000469728) \times (6589{,}76 + 0{,}00528973),$$

on aurait simplement :

$$\begin{array}{r}
6500949\ 80448\\
5\ 21844\ 03\\
3\ 09530\ 48\\
29\\
\hline
6500958{,}11831.8
\end{array}$$

Ainsi, en définitive, sur un arithmomètre quelconque, il est toujours possible de faire rapidement une multiplication de nombres ayant le double de figures que n'en porte la machine.

II. Division. *Quand le nombre de figures est plus grand, au diviseur, que celui des coulisses.* — Cette opération ne peut pas se faire aussi généralement que la précédente ; mais il est facile de voir dans quels cas particuliers elle est possible.

Soit A le dividende et B le diviseur, le nombre B peut dans tous les cas se décomposer en deux autres $(a+b)$, comme précédemment. La division à faire s'écrit alors :

$$\frac{A}{B} = \frac{A}{a+b} = \frac{A}{b\left(\frac{a+b}{b}\right)} = \frac{A}{b\left(\frac{a}{b}+1\right)}$$

Si maintenant le nombre b est un diviseur exact de a et que le quotient ait six figures au plus, la division devient possible, et se fait très-rapidement.

On divise d'abord A par b en poussant aussi loin qu'il est nécessaire pour l'approximation désirée ; puis on divise ce quotient par celui de $\frac{a}{b}$ augmenté de 1. Le résultat final est évidemment le même que si l'on avait divisé de suite A par B.

Soit par exemple :

$$215241341502528$$

à diviser par :

$$2699086368;$$

on a

$$2699086368 = 86368\left(\frac{2699000000}{86368}+1\right)$$

et comme

$$\frac{2699000000}{86368}$$

est exactement égal à 31250, il vient :

$$215241341502528 : 86368\ (31253+1).$$

Divisant d'abord par 86368, on a un premier quotient :

$$2492142246,$$

qui, divisé à son tour par 31250, nous donne le quotient exact :

$$79746.$$

En un mot, si l'on représente par *abcdefghijab* le diviseur donné, et si par hasard *abcdef* est exactement divisible par l'un des nombres,

ghijab
hijab
ijab
jab

et donne un quotient de six figures au plus, la division devient possible et coûte alors à peine, *faite exactement*, le tiers de temps que coûte la même division faite sans preuve à la plume.

III. *Extraction approximative des racines carrées.* — L'arithmomètre à six chiffres au facteur ne peut évidemment donner au plus que des racines exactes de sept figures. Il est cependant facile, avec un peu d'exercice, d'extraire rapidement d'un nombre de douze figures une racine de douze figures aussi, reproduisant, lorsqu'on l'élève au carré, le nombre primitif à une unité près en plus ou en moins. Soit, par exemple :

$$167849365286 = A^2$$

L'arithmomètre donne d'abord les six premières figures exactes, 409694 et le reste 191650. C'est à cette différence *en moins* près que le nombre 409694, élevé au carré, reproduirait A^2. Effaçons des lucarnes des quotients ce nombre 409694, et des lucarnes du compteur ce reste 191650, pour les transporter à l'extrémité gauche de la platine mobile du compteur, que nous reculerons ensuite vers la droite, de manière à ramener notre zéro du reste au-dessus de l'avant-dernière coulisse de droite.

Dans les coulisses se trouve écrit le nombre 819384, dont la première partie, 81938, est le double de la racine 40969. Doublons aussi le dernier 4. Le nombre 819388 est contenu deux fois dans 1916500,0 qui se trouve au-dessus. Mais ce 2, que nous devions écrire à côté de 819388 pour multiplier ensuite 8193882 par 2, ne trouve plus sa place sur les coulisses. Écrivons-le sur l'ardoise, et élevons-le au carré; retranchons 4 du troisième zéro en tournant à la main en arrière le bouton, de manière à *sentir* passer 4 dents du cliquet : Comme nous avons deux zéros à gauche, il faut à la main les amener à 9 et emprunter 1 au 5 le plus voisin. Nous aurons ainsi 19164996. Donnons 2 tours de manivelle; nous aurons notre nouveau reste correct 2777236000....; reculons la platine d'un rang, doublons sur l'ardoise le nombre 2 *écrit sur la lucarne des quotients*. De fait, nous avons ainsi : 8193884. Le premier 8 de gauche est contenu trois fois dans 27. Écrivons sur l'ardoise 3 à côté de 4; multiplions 43 par 3, retranchons à la main le produit 129 du nombre 6000 qui forme la droite du reste; il vient ainsi 2777235871; donnons 3 tours de manivelle. Nous aurons un nouveau reste correct, 31907071000....

Notre racine est maintenant 40969423, dont la partie 23 est écrite sur les lucarnes des quotients. Doublons ce 23 sur l'ardoise et à côté de 46 écrivons 3 : c'est évidemment le quotient de la partie 319..... par le premier 8 de gauche des coulisses.

Faisons le produit $463 \times 3 = 1389$, retranchons *à la main* de la partie 7100 du reste à laquelle il répond sur le compteur, donnons 3 tours de manivelle. Il vient 732541711 pour reste correct.

Notre racine est 409694233 : la dernière partie 233 est écrite sur les lucarnes des quotients. Pour obtenir de nouvelles décimales à la racine, transportons 732541711 sur la gauche du compteur et écrivons 3 zéros sur la droite ; effaçons 233 des lucarnes des quotients. Pour avoir trois décimales correctes de plus, il suffit maintenant de diviser simplement le reste 732541711000 par le double des 6 premières figures de notre racine, ou par 819388. Il vient ainsi au quotient 894 que nous écrivons à côté des 9 premières figures déjà obtenues. Notre racine approximative est ainsi :

$$409694{,}233894$$

Il est facile de s'assurer par une multiplication abrégée, faite comme nous l'avons vu plus haut, que cette valeur reproduit notre nombre primitif à une unité près.

Nous avons, en effet :

$$(409694 + 0{,}233894)^2 = 409694^2 + 819388.0{,}233894 + 0{,}2^2 =$$

$$\begin{array}{r} 167849173636 \\ 191649{,}94 \\ 53 \\ \hline 167849365286{,}47 \end{array}$$

Ce qui est notre nombre trop grand de 0,47.

IV. *Séries d'opérations dépendant les unes des autres.* — L'avantage le plus précieux peut-être que possède l'arithmomètre, ce n'est pas seulement de permettre l'exécution exacte et très-rapide des quatre règles, même sous la forme la plus étendue que nous venons de voir, mais c'est surtout de permettre l'exécution d'une suite d'opérations dépendant l'une de l'autre. Ainsi, par exemple : les additions et les soustractions de produits formés sur l'arithmomètre se font directement et d'elles-mêmes sans que l'on ait à s'occuper d'autre chose que du nombre final.

Soit à faire le produit des deux nombres a et b, à y ajouter le produit des deux autres nombres c et d, à en retrancher le produit de deux nouveaux nombres e et f. On a

$$ab + cd - ef = x$$

Eh bien, cette suite d'opérations s'exécute sans relever autre chose que le nombre final x. Soit, par exemple, l'opération suivante :

$$98745_{\text{I}}.\ 87643 - 49768_{\text{II}}.\ 65967 + 26895_{\text{III}}.\ 46762 = x.$$

On exécute les deux multiplications I et III de suite sans rien relever, on presse sur le bouton de la soustraction et l'on exécute la multiplication II : son produit se retranche naturellement de la somme des deux autres, et l'on trouve :

$$x = 6628926369$$

Une observation très-importante cependant est à faire ici ; une personne non avertie pourrait faire des fautes graves dans ce genre d'opérations. Pour fixer les idées, je prends de suite un exemple ; je suppose qu'une première multiplication nous ait donné un produit tel que

$$799999878692$$

et qu'on veuille y ajouter le produit d'une autre multiplication telle que

$$678986 . 543682$$

Dès le premier tour de manivelle nous voyons s'écrire sur la platine du compteur le nombre

$$799900557694$$

au lieu de

$$800000557694$$

qui est le résultat de l'addition de

$$799999878692 + 678986$$

que produit ce premier tour. On commettrait donc une faute, si l'on continuait sans corriger d'abord *à la main* l'addition incomplète opérée par la machine : il faut changer simplement tous les 9 en zéros et ajouter une unité au dernier nombre de gauche inférieur à 9 ou au 7.

Supposons de même qu'on ait à retrancher de

$$800000656793 = A$$

le produit de

$$547365 \text{ par } 862 = BC$$

Ayant écrit A sur la platine, on porte 547365 sur les coulisses ; la platine étant ramenée à gauche, on donne d'abord deux tours de manivelle, après avoir appuyé sur le bouton de la soustraction. On voit alors s'écrire sur le compteur le nombre :

$$800099562063$$

au lieu de

$$799999562063$$

qui est la différence de A et de deux fois B. On commettrait donc encore une faute, si, au lieu d'amener *à la main* le nombre correct de gauche 7999, on continuait l'opération.

Dans l'état actuel de l'arithmomètre, cette remarque nous force à surveiller attentivement ce qui se passe sur le compteur, et sur la seconde lucarne amenée à la gauche des coulisses. S'il s'y trouve un 9, et que par suite d'une addition ce 9 devienne un zéro, il faut ajouter une unité à tous les 9 qui peuvent suivre et au dernier chiffre inférieur un 9 sur la gauche. S'il s'y trouve un zéro, et que par suite d'une soustraction ce zéro soit remplacé par un 9, il faut retrancher une unité de tous les zéros qui suivent et de la première figure significative vers la gauche.

Avec un peu d'attention et d'exercice on arrive très-rapidement à se conformer à l'observation précédente. Je pense néanmoins que celle-ci nécessite dans la construction de l'arithmomètre un perfectionnement qui mettra le calculateur à l'abri de toute erreur, et qui est d'ailleurs des plus simples.

V. *Produit de trois nombres les uns par les autres, produit d'un nombre par le carré d'un autre.*

Soit à faire d'un trait le produit : $9874 \times 2363 \times 3783$.

Si l'on se sert *machinalement* de l'arithmomètre, cette opération est impossible, même successivement, puisque le produit : 9874×2363, qui a huit figures, ne peut plus s'écrire sur les coulisses, qui n'en admettent que six. Eh bien ! sur ce même instrument, nous allons cependant arriver, non en deux fois, mais d'un coup, à notre produit double.

Remarquons que : $9874 \times 2363 \times 3783$ peut s'écrire sous la forme :

$$9874\,(\underset{\text{I}}{3783\,.\,3} + \underset{\text{II}}{3783\,.\,60} + \underset{\text{III}}{3783\,.\,300} + \underset{\text{IV}}{3783\,.\,2000}).$$

Si donc nous multiplions le nombre 9874 par les produits successifs I, II, III, IV, et si nous faisons la somme de ce double produit, nous aurons notre produit final cherché ; or, rien n'est plus aisé qu'une semblable opération.

J'écris sur la droite des coulisses le nombre 9894 ; j'amène la première lucarne de droite du compteur au-dessus du dernier chiffre de droite des coulisses, ou du 4 ; puis je commence la multiplication I.

Je dis : 3 fois 3 font 9, je donne 9 tours de manivelle et je recule la platine d'un rang vers la droite ; je dis : 3 fois 8 font 24, je donne 4 tours de manivelle, je recule la platine d'un rang vers la droite et je donne 2 tours de manivelle ; je dis 3 fois 7 font 21, je donne un tour, je recule d'un rang vers la droite, je donne 2 tours, je dis : 3 fois 3 font 9 et je donne 9 tours. Le produit :

$$9874 \times 3787 \times 3 = 112178514$$

est maintenant écrit sur les lucarnes de la platine du compteur.

Je ramène cette platine à gauche, de manière à placer maintenant la deuxième lucarne de droite au-dessus de la dernière coulisse de droite : le nombre 3783, que je dois multiplier par 60, l'est ainsi déjà par 10, et je n'ai plus à m'occuper que des figures significatives 3783×6.

Je dis : 6 fois 3 font 18, je donne 8 tours, je recule d'un rang vers la droite et je donne un tour; je dis : 6 fois 8 font 48, je donne 8 tours, je recule d'uu rang et je donne 4 tours; je dis : 6 fois 7 font 42, je donne deux tours, je recule d'un rang et je donne 4 tours; je dis 6 fois 3 font 18, je donne 8 tours, je recule d'un rang et je donne un tour : *Le compteur porte maintenant lu somme des deux produits :*

$$9874 \times 3783 \times 3 + 9874 \times 3873 \times 60$$

Je ramène la platine vers la droite de manière à avoir la troisième lucarne de droite au-dessus de la dernière coulisse de droite, ce qui revient de fait à multiplier 3783 par 100, et je n'ai plus à m'occuper que des figures significatives 3783×3. Je procède, pour cette opération et la suivante, ou : $9874 \times 3785 \times 2000$, absolument comme pour les deux précédentes, et j'ai sur le compteur notre somme totale cherchée ou notre double produit

$$9874 \times 3783 \times 2363 = 88223413146,$$

formé de 11 figures.

Le produit d'un nombre par le carré d'un autre n'étant autre chose qu'une double multiplication,

$$a^2b = aab,$$

On voit qu'on peut, à l'aide du procédé précédent, élever immédiatement un nombre de 4 chiffres au carré et multiplier ce produit par un autre nombre de 4 et au besoin de 5 figures.

Ainsi :

$$5{,}1416 \,.\, 99^{m}{,}63^{2} = \pi R^2$$

peut s'écrire sous la forme :

$$3{,}1416 \,.\, 99{,}63 \,.\, 99{,}63 = \pi R^2$$

et s'exécute par suite rigoureusement comme l'exemple de multiplications doubles donné plus haut.

Le cube d'un nombre n'étant autre chose que le résultat d'une double multiplication de ce nombre par lui-même, peut se faire tout aussi aisément; on a, en effet :

$$3682^3 = 3682 \times 3682 \times 3682 = 49843688568.$$

Je dis : *tout aussi aisément ;* il est visible que l'opération est même beaucoup plus facile que les deux précédentes, puisqu'il est inutile d'écrire notre nombre sur papier pour l'avoir sous les yeux ; il est écrit tel quel sur les coulisses, et rien n'est plus facile que de multiplier successivement chacune des figures 3682 par elle-même dans l'ordre indiqué, et de donner le nombre de tours de manivelle qui répond au produit obtenu par le calcul mental.

Mais puisque l'arithmomètre nous donne à volonté les sommes ou les différences de nombres simples ou de produits simples, il nous donnera aussi les sommes et les différences des produits des doubles multiplications quelles qu'elles soient, et l'on pourra rapidement exécuter des opérations telles que celles-ci :

$$\begin{array}{ll} abc \pm dfg \pm hij \pm \ldots\ldots \text{ etc} & = \mathrm{A} \\ a^2 \pm b^2 \pm c^2 \pm d^2 \pm \ldots\ldots \text{ etc} & = \mathrm{B} \\ \pi (a^2 - b^2) & = \mathrm{C} \\ a^3 \pm b^3 \pm c^3 \pm d^3 \pm \ldots\ldots \text{ etc} & = \mathrm{D} \\ a^3 \pm b^2 c \pm def \pm \text{ etc} & = \mathrm{E} \end{array}$$

pourvu que ces nombres a, b, c, d, f, g, etc., aient deux ou trois figures de moins qu'il n'y en a au facteur sur l'arithmomètre.

Comme le nombre final cherché se trouve écrit sur la platine du compteur, on peut, s'il le faut, en extraire de suite la racine carrée.

Ainsi l'opération, si longue et si compliquée en apparence,

$$\sqrt{9880^3 + 8792^3 - 7438^2 . 4325 - 2326 . 3832 . 1521}$$

ne présente pas la moindre difficulté. L'économie de temps, jointe à l'exactitude, donne ici à l'arithmomètre une supériorité de 100 à 1 sur le calcul exécuté à la plume par le calculateur le plus exercé.

Il faut certes de l'exercice et de l'habitude pour exécuter rapidement ces opérations successives si compliquées : bien moins cependant qu'on ne le penserait à première vue, et je ne crains point de me tromper en disant que huit jours de pratique suffisent pour mettre un calculateur un peu intelligent à l'abri de toute chance d'erreur. On me demandera sans doute si, lorsqu'il s'agit, par exemple, de former un cube, il n'est pas plus facile et plus prompt de faire deux multiplications successives que de recourir à une méthode où le calcul mental se combine avec celui du mécanisme. Ma réponse ici est très-simple. Sur un arithmomètre de huit chiffres, par exemple, il est possible de cuber d'un trait le nombre 234656, qui nous donne

$$234656^3 = 12920966186172416$$

Or le carré de ce nombre est 55063438336, c'est-à-dire de 11 figures, tandis que l'arithmomètre n'en comporte que 8 aux facteurs : l'opération, *facile en une fois*, est impossible en deux fois, si l'on ne veut recourir à la méthode de multiplication que j'ai indiquée plus haut.

Je m'arrête ici pour ne pas trop allonger ce travail. Il ne sera pas difficile à un calculateur habile de trouver d'autres opérations nombreuses auxquelles se prête l'arithmomètre. Je dirai seulement, pour terminer, que l'emploi d'un instrument de 10 chiffres aux facteurs qui se prête au calcul des logarithmes à 10 figures, deviendra un jour pour les astronomes, par exemple, un moyen de sauver 11 heures de travail laborieux sur 12.

Sur le rayon moyen de l'ellipse. — Dans la vingtième livraison des *Mondes*, M. E. Dubois a énoncé la proposition suivante : « Le rayon vecteur, moyenne arithmétique des rayons vecteurs également distribués autour du foyer de l'ellipse, égale le demi-petit axe. »

Cette proposition n'a pas la généralité que M. Dubois a pensé lui trouver. Il est facile de le démontrer. Pour être clair et bref, soit l'ellipse suivante :

Demi-grand axe	a.	500.
Demi-petit axe	b.	7,0741.
Excentricité	e.	0,9999.

En faisant successivement, dans la formule :

$$\text{A} \quad r^m = \frac{a(1-e^2)}{n}\left(\frac{1}{1+e}\cos\theta_0 + \frac{1}{1+e}\cos\theta_1 + \frac{1}{1+e}\cos\theta_2 + \dots \frac{1}{1+e}\cos n\theta\right)$$

en faisant, dis-je : $\theta = 5°$, on trouve : $r_m = 15{,}07$
$\theta = 2°,30'$ $r_m = 9{,}19$
$\theta = 1°,15'$ $r_m = 7{,}28$
$\theta = 1°$ $r_m = 7{,}18$
$\theta = 0°,30'$ $r_m = 7{,}08$

et ainsi de suite, r_m diminuant toujours, mais de moins en moins. C'est évident, en posant :

$$r_m = \frac{a(1-e^2)}{n} \times \left(\frac{1}{1+e} + \frac{1}{1+e}\right) + \frac{a(1-e^2)}{n} \times \frac{1}{1+e}\cos\theta + \text{ etc.}$$

quand θ devient $1/_2\,\theta$, $1/_3\,\theta$, $1/_4 \dots$, $1/_x\,\theta$, n devient $2n$, $3n$, $4n$, xn, et la première partie diminue rapidement; la deuxième partie quand $\cos\theta$ est négatif, augmente d'abord rapidement aussi, je veux dire le dernier facteur placé après le signe $\times$. Mais ce facteur ne croît pas proportionnellement aux angles θ; et l'augmentation tend à devenir constante pour θ infiniment petit, et proportionnelle à n. Alors la deuxième partie devenant constante, et la première continuant à décroître, r_m décroîtra aussi.

Voilà pour une ellipse donnée.

Maintenant si l'on fait varier l'excentricité; à mesure que e augmente, b diminue, mais non proportionnellement à l'augmentation de e. Il diminue d'autant plus rapidement que e augmente, ce qui est évident sur la formule même : $b = a\sqrt{(1-e^2)}$. Pour atteindre b il faudra donc faire θ plus petit. C'est encore évident sur la formule A; car, à cause de e^2 et de e^4, le second facteur croîtra plus que le premier ne diminuera, et la valeur de r augmentera pour une même valeur de θ. Il faudra donc, pour atteindre b faire θ d'autant plus petit que e sera plus grand.

Exemple : Soient les ellipses suivantes :

1	a	20.	
	b	8,7178.	Pour $\theta = 5°$ on trouve $r_m = 8{,}72$
	e	0,90	
2	a	20.	
	b	2,82135.	Pour $\theta = 5°$ on trouve $r_m = 2{,}815$
	e	0,99.	
3	a	20.	
	b	0,8942.	Pour $\theta = 5°$ on trouve $r_m = 0{,}91874$
	e	0,909.	
4	a	20.	
	b	0,282836.	Pour $\theta = 5°$ on trouve $r_m = 0{,}6027$
	e	0,9999.	

on voit que b décroît plus rapidement que r_m.

Faisant croître de plus en plus e, on voit aussi qu'à la limite, pour $b = \theta$, on a $r_m \frac{a}{72}$ pour $\theta = 5°$. Et en général la limite de r_m sera $\frac{a}{n}$, n étant le nombre des angles. On voit encore la preuve de mes propositions de la manière suivante où dans la formule A ; je mets la valeur de a en b :

$$r_m = b \times \frac{(1-e^2)\left(\frac{1}{1+e}\cos\theta + \frac{1}{1+e}\cos\theta + \frac{1}{1+e}\cos 2\theta \ldots + \frac{1}{1+e}\cos n\theta\right)}{n\sqrt{1-e^2}}$$

Pour que r_m égale b il est clair qu'il faut que le facteur entier qui multiplie b se réduise à 1. Il est clair aussi que si, e étant donné, cela a lieu pour une valeur de θ, cela n'aura pas lieu pour une autre valeur, ou que, si θ étant donné, cela a lieu pour une valeur de e, cela n'aura pas lieu pour une autre valeur de e.

En résumé, on ne peut donc pas dire d'une manière générale que le rayon vecteur, moyenne des rayons vecteurs également distribués auteur du foyer, égale b, le demi-petit axe.