

NOTICE

SUR L'UTILITÉ

DE L'ARITHMOMÈTRE ET DE L'HYDROSTAT,

Par M. G.-A. HIRN, Ingénieur civil.

Le succès public, la réussite commerciale, des inventions utiles est singulièrement variable. En mettant de côté tout ce qui peut dépendre de la réclame plus ou moins habile et bruyante, en ne nous arrêtant qu'au côté sérieux des choses, nous remarquons que le sort de deux inventions, dont le mérite est parfaitement égal, d'ailleurs, présente les plus grands contrastes. Tandis que l'une d'elles se répand avec rapidité dans les mains auxquelles elle est destinée, et devient pour son auteur une source d'honneurs et de bénéfices, l'autre rencontre, dans l'opinion publique, des obstacles qui en rendent la vulgarisation très-lente. Il ne serait pas difficile de citer des exemples nombreux de pareilles oppositions : ce qui serait beaucoup plus difficile, ce serait d'en indiquer, d'une manière générale, les raisons premières ; je ne m'arrêterai ici qu'à deux exemples du second genre. Je veux parler de l'arithmomètre de M. Thomas, et de l'hydrostat de M. Kæppelin.

L'arithmomètre est appelé évidemment à prendre place, non-seulement dans les bureaux commerciaux, mais encore dans ceux des administrations, des ingénieurs, et enfin surtout dans le cabinet de travail de l'homme de science. Il se trouvera un jour, avec la règle à calculer, chez toutes les personnes qui, ayant à calculer beaucoup et exactement, ne tiennent pas à perdre leur temps et à se fatiguer l'intelligence à un travail purement mécanique. En m'énonçant ainsi je n'exagère rien et je suis convaincu que je ne fais qu'exposer l'opinion collective de toutes les personnes qui possèdent un arithmomètre. Contrairement à ce qui se passe le plus souvent, pas une critique, même injuste, n'a été émise jusqu'ici contre l'instrument lui-même.

Chose étrange cependant, l'usage de l'arithmomètre se répand lentement ; les personnes qui le connaissent et qui s'en servent forment des exceptions peu nombreuses. Il y aurait exagération à dire qu'il n'ait valu ni gloire ni honneur à l'inventeur ; il n'y en a aucune à dire qu'il ne lui en a pas valu à beaucoup près ce qui est strictement mérité. Quant aux bénéfices qu'il a produits, il est, je pense, fort heureux qu'ils soient inutiles à M. Thomas.

Ce que je dis de l'arithmomètre s'applique et, avec beaucoup plus de raison encore, à l'hydrostat. Une balance de précision, si parfaite qu'elle soit à tous égards, s'adresse, il est vrai, à un public beaucoup plus restreint qu'une machine à calculer ; et d'ailleurs, tandis que cette dernière est une invention toute récente, la *machine à peser* remonte pour ainsi dire à l'origine des sociétés policées et elle ne peut être neuve et moderne que comme *espèce* : il ne serait donc pas étonnant que l'usage d'une balance nouvelle, supérieure même à toute autre, se répandît moins vite que celui d'une machine à chiffrer. Mais, en faisant même la plus large part à la force des choses, on arrive encore à dire qu'en dépit des éloges qu'a déjà reçus publiquement l'hydrostat, en dépit des rapports favorables qu'en ont faits différentes sociétés savantes, cet instrument non-seulement se répand lentement, mais même ne

se répand pas du tout. Il constitue ce que j'appellerai avec justesse la balance des savants à fortune médiocre (et ils sont nombreux !!), j'ajoute de plus qu'il a rendu faciles des recherches scientifiques à peu près impossibles sans lui, et cependant il est entre bien peu de mains jusqu'ici. Il n'y a aucune exagération à dire qu'il n'a valu à son inventeur ni honneur ni profit : en remplaçant honneur par déboire et amertume, en remplaçant profit par pertes et procès iniques, on restera beaucoup plus dans la vérité.

Quelles sont les causes de cette *lenteur de diffusion* pour certaines découvertes utiles? Je le répète, il serait extrêmement difficile de les indiquer sous forme générale; cela serait même fort inutile. Il est plus opportun et plus intéressant, je pense, de s'arrêter, le cas échéant, à des exemples particuliers, en cherchant à réagir contre l'opinion publique et à l'éclairer. C'est ce que je vais essayer de faire quant à l'arithmomètre et à l'hydrostat dans les deux petits mémoires que je publie dans ces Annales.

Voici près de neuf ans que je me sers journellement de ces machines; j'ai eu occasion de les montrer à des centaines de personnes de toutes espèces; j'ai pu saisir, en quelque sorte à leur naissance même, les réflexions critiques, les objections faites par un grand nombre d'entre elles; j'ai pu ainsi me rendre compte des raisons qui retardent la vulgarisation de deux inventions aussi éminemment utiles. Un sentiment profond de gratitude, fondé sur les services que m'ont rendus ces instruments, me porte à discuter ces raisons, à les réfuter, s'il se peut, et à contribuer ainsi à répandre, autant qu'il dépend de moi, l'usage de l'arithmomètre et de l'hydrostat.

Ce n'est toutefois point dans ce seul cadre que j'entends me renfermer, en ce qui concerne l'arithmomètre surtout. Des instructions très-claires et très-étendues ont été données par son inventeur même, quant à la manière de s'en servir, quant aux services qu'il peut rendre au calculateur: mais en partant de ces instructions, on serait porté à conclure que ces services sont en définitive assez bornés et que l'arithmomètre ne peut supporter aucune comparaison avec la règle à calculer, par exemple. Or, en me servant de cette machine, j'ai bientôt reconnu qu'avec de l'habitude et de la réflexion, il est possible d'en tirer des opérations infiniment plus compliquées que je ne l'avais pensé à première vue. En m'étendant, comme il convient, sur ce sujet intéressant à plus d'un point de vue, je pense être plus utile encore à l'invention qu'en me limitant simplement à réfuter brièvement les objections que le public fait à celle-ci.

Appréciation de l'utilité de l'arithmomètre et de la portée des services qu'il peut rendre aux calculateurs.

La première exclamation que poussent les curieux qui voient pour la première fois la machine à calculer, c'est celle d'une admiration à laquelle les paroles font défaut. Au bout de quelque temps cependant arrivent les réticences, la méfiance, la critique enfin.

I. C'est une machine : elle doit se déranger, s'user, comme toute machine, faire de temps à autre des fautes ?

II. Il faut sans doute plus d'études pour s'en servir, qu'il n'en faut pour calculer à la plume ?

III. Elle fait perdre l'habitude du calcul, et l'homme ne peut plus se passer d'elle en cas de nécessité !

IV. Elle rend l'esprit paresseux et incapable du travail nécessaire en mathématiques.

V. Elle ne peut faire que les quatre règles isolément, et condamne à relever les nombres pour chaque opération.

VI. Elle ne peut pas remplacer la règle à calculer, qui a d'ailleurs l'avantage d'être portative.

VII. Et enfin après toutes ces réflexions critiques, qui varient d'un curieux à l'autre, arrive la question finale posée par tous : Que coûte l'arithmomètre ?

La réponse, il faut bien l'avouer, effraye la plupart de ceux qui la posent, et, je dois le dire, comme réflexion philosophique bien inutile sans doute, ceux qu'elle effraye le plus *ne sont pas toujours ceux qui auraient le plus le droit de l'être.*

Un inventeur est libre de tirer de son invention le parti qui lui convient le mieux ; il n'y aurait pas lieu de s'arrêter ici sur une triviale question de prix, et par suite sur le mode d'exploitation, s'il n'était pas évident que ce mode est aussi préjudiciable à l'inventeur qu'au public, et que, malgré les prix élevés, *en apparence*, de l'arithmomètre, M. Thomas n'a pas pu jusqu'ici, au point de vue pécuniaire, en tirer un avantage bien inférieur à ce qu'il aurait le droit d'en attendre. Si, au lieu d'être exécuté à la main et un à un, l'arithmomètre était construit à l'aide de procédés mécaniques dans un de nos grands ateliers de quincaillerie par exemple, il pourrait être livré à la moitié du prix actuel et laisser tout autant de bénéfices. Il n'est pas douteux que les six ou sept réflexions critiques que j'ai indiquées ci-dessus, et que j'ai entendues si souvent, n'auraient bientôt plus aucune valeur dans l'esprit de ceux même qui les font.

Quoi qu'il en soit, et acceptant les choses comme elles sont, voyons quelle est la portée de ces réflexions ; ne nous arrêtons d'abord qu'à celles qui ont une valeur apparente, et digne d'attention.

I. L'arithmomètre est-il sujet à s'user ou à se déranger de manière à donner souvent des fautes de calcul ?

Sous forme absolue, on serait bien obligé de répondre affirmativement à cette question.

Toute machine s'use, depuis la plus robuste jusqu'à la plus délicate, depuis la machine à vapeur jusqu'à la montre à secondes. Cette usure marcherait même très-vite, si un peu d'huile ne venait de temps à autre séparer les surfaces métalliques qui frottent les unes sur les autres. Il n'est pas probable cependant qu'il vienne à l'esprit de qui que ce soit de renoncer à l'emploi de l'une ou de l'autre de ces admirables mécaniques, à cause de cette usure.

Il serait pour le moment très-difficile de dire en combien de temps un arithmomètre est hors de service ; ce n'est, dans tous les cas, pas au bout de cinq ou six ans d'un emploi continu ; l'expérience est faite déjà. Quant à ce qui concerne les dérangements passagers et les fautes de calcul qui en sont la suite, il est clair qu'il est impossible de répondre sous forme générale. De pareils dérangements dépendent trop de la manière dont on sait employer l'instrument. Il faut que la main qui le manie ne soit ni trop craintive, ni trop rude ; il faut s'habituer à tourner vite la manivelle, mais d'une main légère, qui s'arrête dès que par hasard il y a un obstacle s'opposant au mouvement. Quelques légères oscillations imprimées à la manivelle suffisent en général pour remettre à leur place les pièces du mécanisme qui avaient *grippé*. Un défaut ou un excès de graissage sont la cause habituelle de ce genre d'arrêt, qui se rencontre beaucoup plus souvent avec un arithmomètre récemment construit qu'avec celui qui sert depuis longtemps. L'étonnante simplicité de construction, dès qu'on l'a reconnue de près, bannit de l'esprit le plus prévenu toute méfiance légitime quant à la régularité des fonctions. En faisant, sous forme d'anecdote, l'historique de l'arithmomètre dont je me sers depuis cinq ans, je con-

vaincrais peut-être plus de personnes sous ce rapport, qu'en donnant une description approfondie de l'instrument.

Vers la fin de 1855, ayant à réduire, en tableaux numériques très-étendus, les résultats d'expériences de physique que je venais de terminer, et souffrant d'une fatigue très-grande de la vue, je me voyais forcé ou de suspendre mon travail ou d'en confier les calculs à quelqu'autre. Je me rappelai alors avoir vu à l'Exposition une machine à calculer de M. Thomas, de Colmar, dont les journaux avaient beaucoup parlé, mais que je n'avais pas vue fonctionner. Je me décidai à courir les chances d'un essai, et je demandai un arithmomètre de cinq chiffres. Lorsque je reçus l'envoi, j'ouvris avec inquiétude, je l'avoue, la caisse; je ne connaissais ni le maniement de l'arithmomètre, ni en aucune façon le principe de sa construction; je m'attendais à une machine extrêmement compliquée; je redoutais une désillusion. Mes craintes dans le premier moment ne me semblèrent que trop fondées. Lorsque j'essayai de faire tourner la manivelle, elle résista dans les deux sens; je vis au bout de peu d'instants que l'instrument était positivement hors de service; je pensais avoir été une victime de plus de la réclame. Avant de le renvoyer, la curiosité me poussa à l'ouvrir pour en voir le mécanisme; je reconnus de suite, qu'il avait été fort maltraité en chemin de fer. Les cylindres étaient jetés hors de leurs coussinets et réduits à l'état d'immobilité forcée, les supports transversaux étaient courbés, etc. C'est en cet état de repos, que je fus obligé d'étudier l'instrument et d'en chercher le mode de fonctions. Eh bien, chacun, je pense, sera frappé de la simplicité du mécanisme, lorsque je dirai qu'au bout d'une heure j'avais réparé tout le mal et que je me servais déjà facilement de l'instrument. Au bout de peu de jours, je pus, en toute sincérité, féliciter M. Thomas; son admirable invention était devenue pour moi aussi un *troisième bras*: je me sers à dessein de l'heureuse expression de mon excellent ami M. Comte (d'Albert), qui, d'après ce qu'il m'a raconté depuis, avait osé bien plus que moi et avait demandé bien antérieurement à M. Thomas la première ébauche d'arithmomètre qu'il achèverait.

II. L'arithmomètre est-il inférieur à la règle à calculer?

Comme je me sers depuis très-longtemps de la règle et que j'ai l'exercice de l'un de ces instruments tout aussi bien que de l'autre, j'ai pu très-impartialement me rendre compte des avantages particuliers à chacun.

A la condition formelle qu'on n'ait pas à opérer sur des nombres de plus de quatre figures en tout, soit aux facteurs soit aux produits, quand il s'agit d'une multiplication ou au quotient quand il s'agit d'une division par exemple, il est certain que la règle permet de calculer plus vite encore que l'arithmomètre, et se prête de plus à des opérations bien plus variées. On sait qu'à l'aide de certains nombres constants, elle donne d'un coup le poids d'un cylindre ou d'une sphère d'une matière connue, à l'aide seulement du diamètre et de la hauteur, ou du diamètre seul. La règle est la compagne inséparable de l'ingénieur, du chef d'atelier de mécanique, des professeurs de mécanique appliquée, de toutes les personnes, en un mot, qui sont obligées de calculer vite et approximativement au milieu des bruits et des distractions de tout genre. L'arithmomètre, au contraire, est l'instrument du bureau et des calculs étendus, rapides, et *tout à fait rigoureux*. Son emploi est plus limité; moins cependant qu'on le pourrait croire; mais son exactitude et sa rapidité dans les calculs de nombres qui ont jusqu'à vingt-quatre figures au produit, pour celui qui n'admet que six figures au facteur, en font un appareil précis et incomparable dont se servira un jour l'astronome tout comme le comptable d'un bureau quelconque. Ce qui est clair, c'est que l'arithmomètre et la règle à calculer ont chacun leur but, leur utilité spéciale: ils sont destinés à servir tous deux à la fois et non à s'exclure l'un l'autre.

Le reproche le plus spécieux que font à l'arithmomètre les personnes qui sont habituées à la règle à calculer, c'est de ne se prêter qu'aux 4 règles de l'arithmétique isolément. Je l'ai dit, l'un des avantages réels de la règle est de se prêter à des opérations très-complicées, sans qu'il faille se servir de la plume ou se charger la mémoire de chiffres passagers à retenir. Les pages suivantes toutefois montreront que l'arithmomètre possède le même avantage sous d'autres formes, et qu'en ce sens même il ne sera jamais égalé par la règle à calculer. Il me suffira de dire que l'arithmomètre à six chiffres peut d'un trait, et sans qu'on ait à relever aucun nombre autre que le dernier, résoudre *en quatre minutes* une formule telle que celle-ci :

$$\sqrt{8795.9763.6582 \pm 9632^2.8493 \pm 5491.2283.8682 \pm 9395^3} = A.$$

III. Et maintenant est-il à craindre que l'usage de l'arithmomètre rende l'esprit paresseux, lui fasse oublier l'arithmétique, le convertisse en un mot en machine ?

C'est aussi là le reproche qu'on entend souvent adresser à la règle : j'ajoute cependant qu'en général il part de personnes qui croient que les mathématiques se résument dans l'emploi plus ou moins rapide de la table de Pythagore.

Nous allons voir que si le reproche est fondé lorsqu'on se sert machinalement de l'arithmomètre, il tombe, dès qu'on sait user de toutes les ressources qu'il présente réellement. La machine à calculer devient alors plus qu'un *nouveau bras* ; elle devient en quelque sorte un *multiplicateur* ajouté au calcul mental.

Additions à l'instruction sur l'usage de l'arithmomètre.

Lorsqu'on emploie l'arithmomètre à des multiplications, à des divisions, à des extractions de racines carrées de nombres dont les figures ne dépassent pas ce que comporte l'instrument (5, 6, 8, 10 aux facteurs pour l'instrument de 5, 6, 8, 10 coulisses), le résultat immédiat qu'on obtient, c'est un bénéfice de temps de dix-neuf vingtièmes sur le calculateur le plus exercé. Mais à côté de cet avantage s'en place un autre qui lui est supérieur : c'est l'exactitude. Le calculateur le plus habile commet des fautes ; la répétition d'une opération ne peut en aucune façon être considérée comme un correctif ; car presque toujours, il arrive qu'on répète la même faute plusieurs fois ; la preuve proprement dite est indispensable, c'est-à-dire que chaque multiplication, par exemple, doit être suivie d'une division, etc., qui prend autant de temps que la multiplication elle-même. Or cette épreuve est parfaitement inutile avec l'arithmomètre, une fois qu'on en a bien l'habitude, et qu'on sait l'*observer* pendant le cours d'une opération. Les fautes accidentelles et bien rares qui s'y produisent sont aperçues au tour même de manivelle qui y donne lieu. En ayant égard à un avantage d'une aussi grande importance, j'ai pensé qu'il n'y a aucune raison plausible pour s'en tenir aux opérations seules qui peuvent se faire immédiatement sur l'arithmomètre, sans le secours de la plume ou du calcul mental, pensant que la vitesse serait toujours suffisante, j'ai cherché à étendre la portée de l'instrument autant qu'il le comporte.

Je supposerai, dans tout ce qui va suivre, qu'on se serve d'un arithmomètre de six chiffres aux facteurs : mais ce que je dirai s'applique à toutes les grandeurs, et je n'indique que le petit modèle pour éviter l'emploi de nombres trop immenses. Je supposerai de plus qu'on soit parfaitement au courant de l'usage de l'arithmomètre, en ce qui concerne les quatre règles. Les instructions publiées à ce sujet par M. Thomas, et accompagnant toujours l'arithmomètre, sont suffisamment claires dans ce sens

(La suite prochainement.)

NOTICE

SUR L'UTILITÉ

DE L'ARITHMOMÈTRE ET DE L'HYDROSTAT,Par M. **G.-A. HIRN**, Ingénieur civil.*(Suite et fin.)*

I

MULTIPLICATION.

Nombres formés de plus de figures que n'en porte l'arithmomètre.

Supposons de suite le cas extrême; supposons qu'on ait à faire une multiplication de deux nombres de douze figures chacun, comme par exemple :

$$986523469728 \times 658976528973.$$

Ces deux nombres peuvent s'écrire sous la forme

$$(986523000000 + 469728) \times (658976000000 + 528973).$$

La multiplication peut donc se décomposer ainsi :

$$(986523 \times 658976) 000000000000 \text{ I} + (986523 \times 528973) 000000 \text{ II} \\ + (658976 \times 469728) 000000 \text{ III} + (469728 \times 528973) \text{ IV}.$$

Et dès ce moment l'opération est possible sur l'arithmomètre de six chiffres. On exécute les quatre multiplications isolément sans s'occuper des zéros. En les transcrivant sur papier, on les superpose, en ajoutant douze zéros à I, six zéros à II et III, et laissant IV tel quel; mais en commençant par la droite; il vient ainsi :

$$\begin{array}{r} 650094980448000000000000 \quad \text{I} \\ 521844030879000000 \quad \text{II} \\ 309539478528000000 \quad \text{III} \\ 248473429344 \quad \text{IV} \\ \hline \end{array}$$

$$650095811831757880429344$$

Dans les cas fréquents de multiplication de fractions décimales, où l'on ne veut avoir au produit que le même nombre de figures qu'aux facteurs, il est visible que l'on n'a besoin que d'écrire :

1^o Les douze figures du produit I; 2^o en partant de droite, les figures qui suivent la sixième des produits I et III, sans zéros; 3^o enfin, le produit au plus des deux

dernières figures de gauche dans la multiplication IV. Ainsi, dans le cas où les nombres précédents seraient

$$986,523469728 \times 6589,76518973$$

$$\text{ou } (986,523 + 0,000469728) \times (6589,76 + 0,00528973),$$

on aurait simplement :

$$\begin{array}{r} 6500949 \ 80448 \\ \quad 5 \ 21844 \ 03 \\ \quad 3 \ 09539 \ 48 \\ \quad \quad \quad 29 \\ \hline 6500958,11831.8 \end{array}$$

Je n'ai pas besoin de faire remarquer que les nombres soit entiers, soit fractionnaires plus petits que les précédents, se traitent absolument de même. Ainsi :

$$9864793 \times 34578263$$

s'écrit et puis se décompose comme il suit :

$$\begin{aligned} & (9000000 + 864793) \times (34000000 + 578263) \\ = & (34 \times 9) 000000000000 \text{I} + (864793 \times 34) 000000 \text{II} + (578263 \times 9) 000000 \text{III} \\ & + (864793 \times 578263) = \\ & \begin{array}{r} 306000000000000 \\ 29402962000000 \\ 5204367000000 \\ 50007779459 \\ \hline 340657336779459 \end{array} \end{aligned}$$

Je n'ai pas besoin non plus de faire observer que l'ordre qu'on suit en décomposant les nombres est fort indifférent. Ainsi :

$$9864793 \times 34578263 = (9860000 + 4793) \times (34570000 + 8263).$$

Ainsi en définitive, sur un arithmomètre quelconque, il est toujours possible de faire rapidement une multiplication de nombres ayant le double de figures que n'en porte la machine.

II

DIVISION.

Nombre de figures plus grand, au diviseur, que celui des coulisses.

Cette opération ne peut pas se faire aussi généralement que la précédente ; mais il est facile de voir dans quels cas particuliers elle est possible.

Soit A le dividende et B le diviseur, le nombre B peut dans tous les cas se décomposer en deux autres $(a + b)$, comme précédemment. La division à faire s'écrit alors :

$$\frac{A}{B} = \frac{A}{a + b} = \frac{A}{b \left(\frac{a + b}{b} \right)} = \frac{A}{b \left(\frac{a}{b} + 1 \right)}$$

Si maintenant le nombre b est un diviseur exact de a et que le quotient ait six figures au plus, la division devient possible, et se fait très-rapidement.

On divise d'abord A par b en poussant aussi loin qu'il est nécessaire pour l'approximation désirée ; puis on divise ce quotient par celui de $\frac{a}{b}$ augmenté de 1. Le résultat final est évidemment le même que si l'on avait divisé de suite A par B .

Soit par exemple :

215241341502528

à diviser par :

2699086368

On a :

$$2699086368 = 86368 \left(\frac{2699000000}{86368} + 1 \right)$$

et comme

$$\frac{2699000000}{86368}$$

est exactement égal à 31250, il vient :

$$215241341502528 : 86368 (31250 + 1).$$

Divisant d'abord par 86368, on a un premier quotient :

2492142246

qui, divisé à son tour par 31250, nous donne le quotient exact :

79746

En un mot si l'on représente par

$abcde fghijab$

le diviseur donné, et si par hasard

$abcdef$

est exactement divisible par l'un des nombres,

$ghijab$
 $hijab$
 $ijab$
 jab

et donne un quotient de six figures au plus, la division devient possible et coûte alors à peine, *faite exactement*, le tiers de temps que coûte la même division faite sans preuve à la plume.

On se demandera sans doute, et avec raison, comment on peut savoir si l'une ou l'autre de ces quatre divisions est possible ; et l'on objectera que si on les essaye sur l'arithmomètre, le temps dépensé à de semblables épreuves finira par dépasser de beaucoup celui que coûte l'opération à la plume. A cette dernière objection, je répondrai que si l'une des quatre divisions est possible et qu'il faille les faire toutes quatre avant de tomber juste, le temps total dépensé sera encore moindre que ce que coûte le calcul ordinaire, et qu'alors on a toujours l'*exactitude assurée* sur l'arithmomètre. Avec un peu d'habitude, il est d'ailleurs facile, sans achever une division complètement, de voir si elle peut l'être exactement en donnant 6 figures au quotient.

Il est inutile de faire remarquer que tout autre diviseur de 6 figures *au plus* divi-

sant B exactement et donnant un quotient de 6 figures *au plus* conduirait au même but. En effet, si l'on désigne ce diviseur par c et par e le quotient, on a

$$\frac{A}{B} = \frac{A}{c \left(\frac{B}{c} \right)} = \frac{A}{c e}$$

et par conséquent les deux divisions successives $\frac{A}{c}$ et $\left(\frac{A}{c} \right) : e$ donneront le quotient cherché A : B.

III

Extraction approximative des racines carrées.

L'arithmomètre à six chiffres au facteur ne peut évidemment donner au plus que des racines exactes de sept figures. Il est cependant facile avec un peu d'exercice d'extraire rapidement d'un nombre de douze figures une racine de douze figures aussi, reproduisant, lorsqu'on l'élève au carré, le nombre primitif à une unité près en plus ou en moins. Soit par exemple :

$$167849365286 = A^2.$$

L'arithmomètre donne d'abord les six premières figures exactes, 409694 et le reste 191650. C'est à cette différence *en moins* près que le nombre 409694, élevé au carré, reproduirait A^2 . Effaçons des lucarnes des quotients ce nombre 409694, et des lucarnes du compteur ce reste 191650, pour les transporter à l'extrémité gauche de la platine mobile du compteur, que nous reculerons ensuite vers la droite, de manière à ramener notre zéro du reste au-dessus de l'avant-dernière coulisse de droite.

Dans les coulisses, se trouve écrit le nombre 819384, dont la première partie 81938 est le double de la racine 40969. Doublons aussi le dernier 4. Le nombre 819388 est contenu deux fois dans 1916500,0 qui se trouve au-dessus. Mais ce 2 que nous devons écrire à côté de 819388 pour multiplier ensuite 8193882 par 2, ne trouve plus sa place sur les coulisses. Écrivons-le sur l'ardoise, et élevons-le au carré ; retranchons 4 du troisième zéro en tournant à la main en arrière le bouton, de manière à *sentir* passer 4 dents du cliquet : Comme nous avons 2 zéros à gauche, il faut à la main les amener à 9 et emprunter 1 au 5 le plus voisin. Nous aurons ainsi 19164996. Donnons 2 tours de manivelle ; nous aurons notre nouveau reste correct 2777236000.... ; reculons la platine d'un rang, doublons sur l'ardoise le nombre 2 écrit sur la lucarne des quotients. De fait nous avons ainsi : 8193884. Le premier 8 de gauche est contenu trois fois dans 27. Écrivons sur l'ardoise 3 à côté de 4 ; multiplions 43 par 3, retranchons à la main le produit 129 du nombre 6000 qui forme la droite du reste ; il vient ainsi 2777235871 ; donnons 3 tours de manivelle. Nous aurons un nouveau reste correct, 31907071000.... Notre racine est maintenant 40969423, dont la partie 23 est écrite sur les lucarnes des quotients. Doublons ce 23 sur l'ardoise et à côté de 46 écrivons 3 : c'est évidemment le quotient de la partie 319..... par le premier 8 de gauche des coulisses.

Faisons le produit $463 \times 3 = 1389$, retranchons à la main de la partie 7100 du reste à laquelle il répond sur le compteur ; donnons 3 tours de manivelle. Il vient 732541711 pour reste correct.

Notre racine est 409694233 : la dernière partie 233 est écrite sur les lucarnes des

quotients. Pour obtenir de nouvelles décimales à la racine transportons 732541711 sur la gauche du compteur et écrivons 3 zéros sur la droite; effaçons 233 des lucarnes des quotients. Pour avoir trois décimales correctes de plus, il suffit maintenant de diviser simplement le reste 732541711000 par le double des 6 premières figures de notre racine, ou par 819388. Il vient ainsi au quotient 894 que nous écrivons à côté des 9 premières figures déjà obtenues. Notre racine approximative est ainsi :

$$409694,233894$$

Il est facile de s'assurer par une multiplication abrégée faite comme nous l'avons vu plus haut, que cette valeur reproduit notre nombre primitif à une unité près.

Nous avons en effet :

$$\begin{aligned} (409694 + 0,233894)^2 &= 409694^2 + 819388 \cdot 0,233894 + 0,2^2 = \\ &167849173636 \\ &\quad 191649,94 \\ &\quad \quad 53 \\ \hline &167849365286,47 \end{aligned}$$

Ce qui est notre nombre trop grand de 0,47.

IV

L'avantage le plus précieux peut-être que possède l'arithmomètre, ce n'est pas seulement de permettre l'exécution exacte et très-rapide des 4 règles, même sous la forme la plus étendue que nous venons de voir, mais c'est surtout de permettre l'exécution d'une suite d'opérations dépendant l'une de l'autre. Ainsi par exemple : les additions et les soustractions de produits formés sur l'arithmomètre se font directement et d'elles-mêmes sans que l'on ait à s'occuper d'autre chose que du nombre final.

Soit à faire le produit des deux nombres a et b , à y ajouter le produit des deux autres nombres c et d , à en retrancher le produit de deux nouveaux nombres e et f . On a

$$ab + cd - ef = x$$

Eh bien, cette suite d'opérations s'exécute sans relever autre chose que le nombre final x . Soit par exemple l'opération suivante :

$$98745_{\text{I}} \cdot 87643 - 49768_{\text{II}} \cdot 65967 + 26895_{\text{II}} \cdot 46762 = x.$$

On exécute les deux multiplications I et III de suite sans rien relever, on presse sur le bouton de la soustraction et l'on exécute la multiplication II : son produit se retranche naturellement de la somme des deux autres, et l'on trouve :

$$x = 6628926369$$

Une observation très-importante cependant est à faire ici ; une personne non avertie pourrait faire des fautes graves dans ce genre d'opérations. Pour fixer les idées, je prends de suite un exemple ; je suppose qu'une première multiplication nous ait donné un produit tel que

$$799999878692$$

et qu'on veuille y ajouter le produit d'une autre multiplication telle que

$$678986.543682$$

Dès le premier tour de manivelle, nous voyons s'écrire sur la platine du compteur, le nombre

$$799900557694$$

au lieu de

$$800000557694$$

qui est le résultat de l'addition de

$$799999878692 + 678986$$

que produit ce premier tour. On commettrait donc une faute, si l'on continuait sans corriger d'abord *à la main* l'addition incomplète opérée par la machine : il faut changer simplement tous les 9 en zéros et ajouter une unité au dernier nombre de gauche inférieur à 9, ou au 7.

Supposons de même qu'on ait à retrancher de

$$800000656793 = A$$

le produit de

$$547365 \text{ par } 862 = BC$$

Ayant écrit A sur la platine, on porte 547365 sur les coulisses ; la platine étant ramenée à gauche, on donne d'abord deux tours de manivelle, après avoir appuyé sur le bouton de la soustraction. On voit alors s'écrire sur le compteur le nombre :

$$800099562063$$

au lieu de

$$799999562063$$

qui est la différence de A et de deux fois B. On commettrait donc encore une faute, si, au lieu d'amener *à la main* le nombre correct de gauche 7999, on continuait l'opération.

Dans l'état actuel de l'arithmomètre, cette remarque nous force à surveiller attentivement ce qui se passe sur le compteur, et sur la seconde lucarne amenée à la gauche des coulisses. S'il s'y trouve un 9, et que par suite d'une addition ce 9 devienne un zéro, il faut ajouter une unité à tous les 9 qui peuvent suivre et au dernier chiffre inférieur un 9 sur la gauche. S'il s'y trouve un zéro, et que par suite d'une soustraction ce zéro soit remplacé par un 9, il faut retrancher une unité de tous les zéros qui suivent et de la première figure significative vers la gauche.

Avec un peu d'attention et d'exercice on arrive très-rapidement à se conformer à l'observation précédente. Je pense néanmoins que celle-ci nécessite dans la construction de l'arithmomètre un perfectionnement qui mettra le calculateur à l'abri de toute erreur, et qui est d'ailleurs des plus simples.

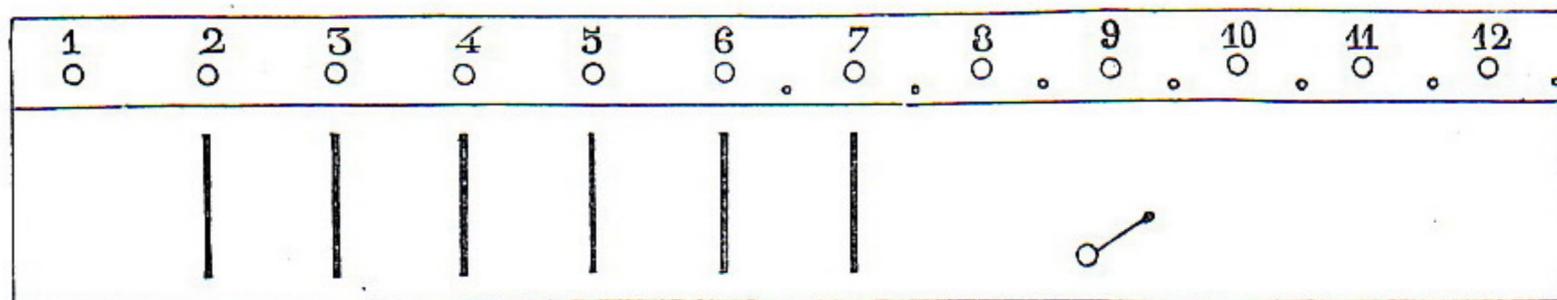


Fig. 1.

Au lieu de placer les coulisses comme elles le sont aujourd'hui, sur les arithmomètres de six chiffres (figure 1), il faudra les placer comme elles l'étaient autrefois sur ceux de 5 (figure 2).

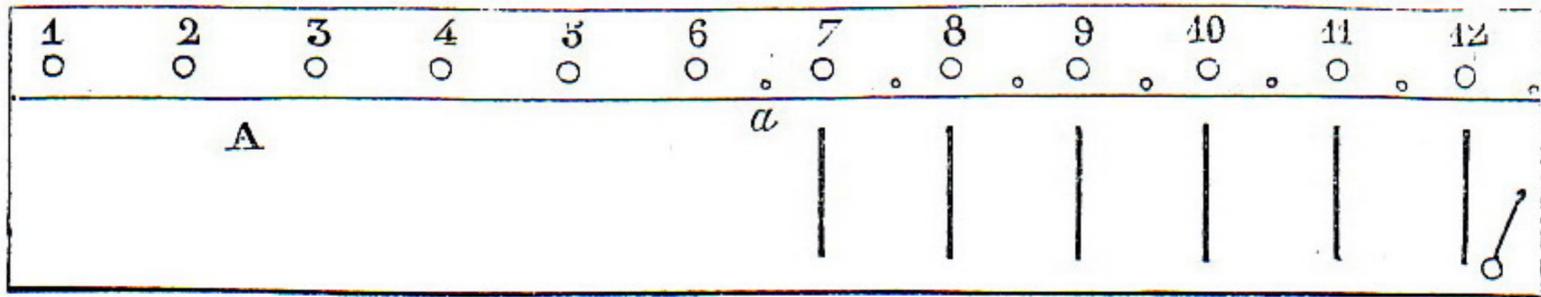


Fig. 2.

Et puis sur le plateau A en dessous des lucarnes 1, 2, 3, 4, établir le mécanisme qui se trouve déjà au-dessous de 1 et 2 (figure 1) et qui fera que la soustraction d'une unité au douzième zéro de droite, amènera des 9 jusqu'au premier 0 inclusivement ou que l'addition d'une unité à douze 9 amènera des zéros à toutes les douze lucarnes ¹.

Cette petite addition très-simple étendra considérablement les fonctions de l'arithmomètre; elle permettra de commencer une multiplication par la gauche aussi bien que par la droite, ce qui, dans certains cas, fait gagner beaucoup de temps; elle permettra, sans déplacer la platine du compteur, de faire des additions et des produits s'étendant au delà des coulisses, ce qui est souvent fort utile et ce qui se présente, par exemple, lorsqu'on cherche la moyenne d'un très-grand nombre de chiffres donnés par des observations ou par toute autre voie, et additionner sur l'arithmomètre; elle sera surtout très-utile dans l'emploi des nombres complémentaires dont je vais parler.

J'ai dit ci-dessus que pour exécuter l'opération

$$ab \pm cd \pm ef \pm gh \dots\dots\dots$$

on commence par faire toutes les multiplications dont le signe est positif et dont les produits doivent s'ajouter les uns aux autres, et puis on exécute les multiplications dont le signe est négatif et qui doivent se retrancher des premiers. Au fond, l'ordre selon lequel on procède est tout à fait indifférent, et l'on peut au contraire commencer par les produits négatifs ou soustractifs; en appuyant sur le bouton de la soustraction, le compteur étant partout au zéro, que se passe-t-il dans ce cas sur ce compteur?

Remarquons qu'une soustraction de deux nombres quelconques :

$$3792 - 2863,$$

peut se mettre sous les formes :

$$3792 + (10000 - 2863) - 10000 = 3792 + 7137 - 10000 = 10929 - 10000 \quad (1)$$

$$3792 + (1000000 - 2863) - 1000000 = 3792 + 997137 - 1000000 = 1000929 - 1000000 \dots\dots\dots (2)$$

$$3792 + (10000000000 - 2863) - 10000000000 = 3792 + 99999997137 - 10000000000 \dots\dots\dots (3)$$

$$3792 + (\dots 00000000000 - 2863) - \dots 0 = 929 \dots\dots\dots (4)$$

Dans les trois premiers cas, nous aurions toujours à retrancher de notre somme une unité de l'ordre le plus élevé pour rétablir la différence réelle; ainsi (3) de 100000000929, il faut retrancher 10000000000, pour rétablir la différence 929.

1. Cette modification rendra plus difficile l'application du mécanisme qui donne les quotients et qui dans la nouvelle disposition ne pourra plus se placer à droite de 12, mais devra être établi en *a* entre 6 et 7. Toutefois la difficulté n'est pas telle qu'elle condamne à exclure le mécanisme des quotients.

La dernière forme (4) rend cette précaution inutile. Nous supposons nos zéros précédés d'une unité écrite idéalement à gauche en dehors de l'arithmomètre et à une distance quelconque; dès ce moment la soustraction finale de cette unité devient idéale aussi et s'exécute d'elle-même en dehors du mécanisme.

Nous voyons que l'arithmomètre donne lieu à une espèce de nombres tout à fait particuliers: ils diffèrent de ceux qu'on appelle ordinairement compléments arithmétiques, en ce que chez ces derniers l'addition du nombre primitif produit toujours une unité de l'ordre le plus élevé, tandis qu'au contraire ici l'unité, dont on a retranché le nombre primitif, n'a point d'existence nécessaire et est supposée suivie d'une infinité de zéros. Ainsi, tandis qu'en arithmétique ou en algèbre une valeur quelconque:

$$-A \quad \text{ou} \quad -9875 \text{ (par exemple)}$$

ne tire son caractère négatif particulier que du signe $-$; sur l'arithmomètre, au contraire, l'opération indiquée par le signe $-$ s'exécute réellement; et, dès lors, le nombre, devenu négatif par sa nature même, est affecté du signe positif $+$ et ne peut plus entrer que sous cette forme dans les calculs.

Quoi qu'il en soit, l'emploi de ce genre de nombres peut devenir très-utile sur la machine à calculer. Pour donner de suite un exemple, supposons que nous ayons à retrancher un nombre constant d'une suite d'autres nombres variables: ce cas se présente très-souvent dans les sciences d'observation où l'on a à prendre une moyenne entre des différences numériques relevées par l'expérience. Soit, par exemple:

A	—	B
363	—	276
364	—	276
380	—	276
391	—	276
359	—	276
349	—	276

Si l'on se servait *machinalement* de l'arithmomètre, on écrirait successivement sur le compteur les nombres de la colonne A, et l'on en retrancherait chaque fois 276. C'est ce qui est complètement inutile en réalité. On écrit simplement 276 sur les coulisses et on le retranche de 000000000000; on a ainsi le chiffre négatif par sa nature 99999999724. On efface 276 des coulisses, on presse sur le bouton de l'addition, et après avoir écrit 375, on donne un tour de manivelle, et l'on a la première différence 99; on presse sur le bouton de la soustraction, on voit reparaître 99999999724; on écrit 364, on remet à l'addition, on tourne la manivelle, et l'on a une nouvelle différence; ainsi de suite. L'opération ainsi conduite ne prend pas le tiers du temps que coûte la méthode que j'appellerais machinale.

Si l'on veut faire la moyenne des six chiffres, on fait la somme des nombres A, on écrit sur les coulisses le nombre 276, on presse sur le bouton de la soustraction, on donne six tours de manivelle, on efface 276, et l'on divise par 6: le quotient est évidemment la moyenne cherchée.

V

**Produit de trois nombres les uns par les autres,
produit d'un nombre par le carré d'un autre.**

FORMATION DES CUBES.

Résolution de l'équation : $\sqrt{abc \pm d^2e \pm f^3 \pm a} = x$.

Soit à faire d'un trait le produit :

$$9874 \times 2363 \times 3783.$$

Si l'on se sert *machinalement* de l'arithmomètre, cette opération est impossible, même successivement, puisque le produit : 9874×2363 , qui a 8 figures, ne peut plus s'écrire sur les coulisses, qui n'en admettent que 6. Eh bien ! sur ce même instrument, nous allons cependant arriver, non en deux fois, mais d'un coup, à notre produit double.

Remarquons que : $9874 \times 2363 \times 3783$ peut s'écrire sous la forme :

$$9874 (3783 \cdot 3 + 3783 \cdot 60 + 3783 \cdot 300 + 3783 \cdot 2000).$$

I II III IV

Si donc nous multiplions le nombre 9874 par les produits successifs I, II, III, IV, et si nous faisons la somme de ce double produit, nous aurons notre produit final cherché; or, rien n'est plus aisé qu'une semblable opération.

J'écris sur la droite des coulisses le nombre 9874; j'amène la première lucarne de droite du compteur au-dessus du dernier chiffre de droite des coulisses, ou du 4; puis je commence la multiplication 1.

Je dis 3 fois 3 font 9, je donne 9 tours de manivelle et je recule la platine d'un rang vers la droite; je dis 3 fois 8 font 24, je donne 4 tours de manivelle, je recule la platine d'un rang vers la droite et je donne 2 tours de manivelle; je dis 3 fois 7 font 21, je donne un tour, je recule d'un rang vers la droite, je donne 2 tours, je dis 3 fois 3 font 9 et je donne 9 tours. Le produit :

$$9874 \times 3787 \times 3 = 112178514$$

est maintenant écrit sur les lucarnes de la platine du compteur.

Je ramène cette platine à gauche, de manière à placer maintenant la deuxième lucarne de droite au-dessus de la dernière coulisse de droite : le nombre 3783 que je dois multiplier par 60 l'est ainsi déjà par 10, et je n'ai plus à m'occuper que des figures significatives 3783×6 .

Je dis 6 fois 3 font 18, je donne 8 tours, je recule d'un rang vers la droite et je donne un tour; je dis 6 fois 8 font 48, je donne 8 tours, je recule d'un rang et je donne 4 tour; je dis 6 fois 7 font 42, je donne deux tours, je recule d'un rang et je donne 4 tours; je dis 6 fois 3 font 18, je donne 8 tours, je recule d'un rang et je donne un tour : *Le compteur porte maintenant la somme des deux produits :*

$$9874 \times 3783 \times 3 + 9874 \times 3783 \times 60$$

Je ramène la platine vers la droite de manière à avoir la troisième lucarne de droite au-dessus de la dernière coulisse de droite, ce qui revient de fait à multiplier 3783 par 100, et je n'ai plus à m'occuper que des figures significatives 3783×3 . Je procède pour cette opération et la suivante ou : $9874 \times 3783 \times$

2000, absolument comme pour les deux précédentes, et j'ai sur le compteur notre somme totale cherchée ou notre double produit

$$9874 \times 3783 \times 2363 = 88223413146$$

formé de 11 figures.

Lorsqu'on veut s'exercer à ce genre d'opérations, dont on acquiert d'ailleurs très-vite l'habitude, le mieux est d'écrire d'abord les nombres sous la forme suivante :

$$9874 \left\{ \begin{array}{l} 3783.3 = 9 + 24 + 210 + 9000 \\ 3783.60 = 180 + 480 + 4200 + 18000 \\ 3783.300 = 900 + 24000 + 210000 + 9000000 \\ 3783.2000 = 6000 + 160000 + 1400000 + 60000000 \end{array} \right.$$

Le nombre 9874 étant porté sur les coulisses, on n'a à s'occuper que des chiffres qui sont à la droite de l'accolade.

Si nous désignons par 1, 2, 3, 4... les lucarnes du compteur en partant de gauche; par C, la sixième lucarne de droite par $\frac{8}{C}$, $\frac{4}{C}$, $\frac{12}{C}$... la position de cette coulisse au-dessous d'une lucarne quelconque 8, 6, 12... par 1^t, 2^t, 3^t, ... 9^t le nombre de tours de manivelle, l'opération peut se représenter très-simplement comme il suit :

$$9874 \left\{ \begin{array}{l} 3783.3 = \frac{12}{C} + \frac{10}{C} \frac{11}{C} + \frac{9}{C} \frac{10}{C} + \frac{9}{C} \\ 3783.60 = \frac{10}{C} \frac{11}{C} + \frac{9}{C} \frac{11}{C} + \frac{8}{C} \frac{9}{C} + \frac{7}{C} \frac{8}{C} \\ 3783.300 = \frac{10}{C} + \frac{8}{C} \frac{9}{C} + \frac{7}{C} \frac{8}{C} + \frac{7}{C} \\ 3783.2000 = \frac{9}{C} + \frac{7}{C} \frac{8}{C} + \frac{6}{C} \frac{7}{C} + \frac{6}{C} \end{array} \right.$$

On remarquera que le calcul mental qu'on est obligé de faire dans ce genre de multiplication est plus facile que celui de la multiplication ordinaire puisqu'on n'a besoin de retenir aucun nombre pour l'ajouter au suivant. Ainsi dans la première opération 3783×3 , au lieu de dire 3 fois 8 font 24, 3 fois 7 font 21, et 2 de retenue font 23, on donne 4 tours de manivelle, on recule la platine d'un rang, on donne 2 tours de manivelle pour achever le produit de 8 par 3, puis on donne un tour de plus pour le 1 du 21 suivant.

Le produit d'un nombre par le carré d'un autre n'étant autre chose qu'une double multiplication

$$a^2 b = a a b$$

On voit qu'on peut, à l'aide du procédé précédent, élever immédiatement un nombre de 4 chiffres au carré et multiplier ce produit par un autre nombre de 4 et au besoin de 5 figures.

Ainsi :

$$3,1416.99^m,63^2 = \pi R^2$$

peut s'écrire sous la forme :

$$3,1416.99,63.99,63 = \pi R^2$$

et s'exécute par suite rigoureusement comme l'exemple de multiplications doubles donné plus haut, en écrivant sous la forme suivante :

$$3,1416 \left\{ \begin{array}{l} 99,63.0,03 = 0,0009 + 0,018 + 0,27 + 2,7 \\ 99,63.0,6 = 0,018 + 0,36 + 5,4 + 54 \\ 99,63.9 = 0,27 + 5,4 + 8,1 + 810 \\ 99,63.90 = 2,7 + 5,4 + 8,10 + 8100 \end{array} \right.$$

Mais πR^2 n'est autre chose que la surface d'un cercle dont le rayon est R , π étant le rapport du diamètre à la circonférence.

On peut sur l'arithmomètre, comme sur la règle à calculer, trouver la surface d'un cercle dont on connaît le rayon.

Il y a toutefois cette différence, que l'arithmomètre nous donne cette surface avec 12 figures.

Le cube d'un nombre, n'étant autre chose que le résultat d'une double multiplication de ce nombre par lui-même, peut se faire tout aussi aisément; on en a en effet.

$$3682^3 = 3682 \times 3682 \times 3682 = 49843688568 =$$

$$3682 \left\{ \begin{array}{l} 3682.2 = 4 + 16 + 120 + 6000 \\ 3682.80 = 160 + 6400 + 48000 + 240000 \\ 3682.600 = 1200 + 48000 + 360000 + 1800000 \\ 3682.3000 = 4000 + 160000 + 1200000 + 6000000 \end{array} \right.$$

Je dis : *tout aussi aisément*; il est visible que l'opération est même beaucoup plus facile que les deux précédentes, puisqu'il est inutile d'écrire notre nombre sur papier pour l'avoir sous les yeux; il est écrit tel quel sur les coulisses et rien n'est plus facile que de multiplier successivement chacune des figures 3682 par elle-même dans l'ordre indiqué, et de donner le nombre de tours de manivelle qui répond au produit obtenu par le calcul mental.

Mais puisque l'arithmomètre nous donne à volonté les sommes ou les différences de nombres simples ou de produits simples, il nous donnera aussi les sommes et les différences des produits des doubles multiplications quelles qu'elles soient, et l'on pourra rapidement exécuter des opérations telles que celles-ci :

$$\begin{array}{l} abc \pm dfg \pm hij \pm \dots \& = A \\ a^2 \pm b^2 \pm c^2 \pm d^2 \pm \dots \& = B \\ \pi (a^2 - b^2) & = C \\ a^3 \pm b^3 \pm c^3 \pm d^3 \pm \dots \& = D \\ a^3 \pm b^2c \pm def \pm \& = E \end{array}$$

pourvu que ces nombres $a, b, c, d, f, g, \&$, aient deux ou trois figures de moins qu'il n'y en a au facteur sur l'arithmomètre.

Comme le nombre final cherché se trouve écrit sur la platine du compteur, on peut, s'il le faut, en extraire de suite la racine carrée.

Ainsi l'opération si longue et si compliquée en apparence :

$$\sqrt{9886^3 + 8792^3 - 7428^2.4325 - 2326.3832.1521}$$

ne présente pas la moindre difficulté. L'économie de temps, jointe à l'exactitude, donne ici à l'arithmomètre une supériorité de 100 à 1 sur le calcul exécuté à la plume par le calculateur le plus exercé.

Il faut certes de l'exercice et de l'habitude, pour exécuter rapidement ces opérations successives si compliquées : bien moins cependant qu'on ne le penserait à

première vue, et je ne crains point de me tromper en disant que huit jours de pratique suffisent pour mettre un calculateur un peu intelligent à l'abri de toute chance d'erreur. On me demandera sans doute si, lorsqu'il s'agit par exemple de former un cube, il n'est pas plus facile et plus prompt de faire deux multiplications successives que de recourir à une méthode où le calcul mental se combine avec celui du mécanisme. Ma réponse ici est très-simple. Sur un arithmomètre de huit chiffres, par exemple, il est possible de cuber d'un trait le nombre 234656, qui nous donne

$$234656^3 = 12920966186172416$$

Or le carré de ce nombre est 55063438336, c'est-à-dire de 11 figures, tandis que l'arithmomètre n'en comporte que 8 aux facteurs : l'opération, *facile en une fois*, est impossible en deux fois, si l'on ne veut recourir à la méthode de multiplication que j'ai indiquée plus haut.

Je m'arrête ici pour ne pas trop allonger ce travail. Il ne sera pas difficile à un calculateur habile de trouver d'autres opérations nombreuses auxquelles se prête l'arithmomètre. Je dirai seulement, pour terminer, que l'emploi d'un instrument de 10 chiffres aux facteurs qui se prête au calcul des logarithmes à 10 figures, deviendra un jour pour les astronomes, par exemple, un moyen de sauver 11 heures de travail laborieux sur 12.

G.-A. HIRN,
Ingénieur civil.